أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : ليكن f تابعٌ معرّف على $]-\infty,0]$ ، جدول تغيّراته هو الآتي :

x	$-\infty$		-4		-1		0
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	$\|\|$
$f(x)$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\searrow$	-2

❶ جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ واستنتج معادلة مستقيمه المقارب .

❷ دل على القيم الحديّة محلياً ، مبيّناً نوعها .

❸ ما مجموعة حلول المتراجحة $f(x)\le 0$ ؟ وما مجموعة حلول المتراجحة $f'(x)\le 0$ ؟

السؤال الثاني: في مستوٍ منسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ليكن المستقيمان d و d' اللذان تمثيلهما الوسيطي :

$$d:\begin{cases}x=1\\y=3+3t\\z=-2t\end{cases}\quad :t\in\mathbb{R} \qquad \text{و} \qquad d':\begin{cases}x=3-s\\y=-4+2s\\z=-4+3s\end{cases}\quad :s\in\mathbb{R}$$

❶ أثبت أنّ المستقيمين d و d' متقاطعان في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها .

❷ اكتب معادلة المستوي $\mathcal{P}$ المحدّد بالمستقيمين d و d'.

السؤال الثالث : أجب عن السؤالين الآتيين :

❶ حل المعادلة الآتية : $4^x-5\times 2^x+6=0$.

❷ أثبت أنّ الخط البياني C للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق العلاقة : $f(x)=\ln(e^{-x}+1)$ يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما أفقي والآخر مائل يطلب تعيينهما .

السؤال الرابع: أجب عن السؤالين الآتيين :

❶ أوجد العدد الطبيعي n الذي يحقّق المساواة $12\binom{n}{4}=P_n^2$.

❷ ما عدد النتائج المختلفة الممكنة لسباق يضم ستة أحصنة . بافتراض عدم وصول حصانين أو أكثر إلى خط النهاية في اللحظة ذاتها ؟

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن f التابع المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق العلاقة : $f(x)=\begin{cases}x^2\cdot\cos\dfrac{1}{x} & :x\neq 0\\ 0 & :x=0\end{cases}$

❶ ادرس قابلية اشتقاق التابع f عند الصفر .

❷ احسب $f'(x)$ عندما $x\in\mathbb{R}^*$.

التمرين الثاني : لدينا مجموعة من الكرات عدد عناصرها 12. فيها ثلاث كرات حمراء اللون مرقّمة من 1 إلى 3 و ثلاث كرات خضراء اللون مرقّمة من 1 إلى 3 و ثلاث كرات زرقاء اللون مرقّمة من 1 إلى 3 و ثلاث كرات صفراء اللون مرقّمة من 1 إلى 3. نسمّي سحباً أي مجموعة جزئية مكوّنة من ثلاث بطاقات من المجموعة .

❶ كم سحباً يضم كرة حمراء على الأكثر؟

❷ كم سحباً يضم كرة على الأقل تحمل الرقم 1 ؟

يوجد صفحة ثانية يرجى قلب الصفحة

التمرين الثالث :

لنعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ وفق العلاقة التدريجية : $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = 2u_n - 3 \end{cases}$

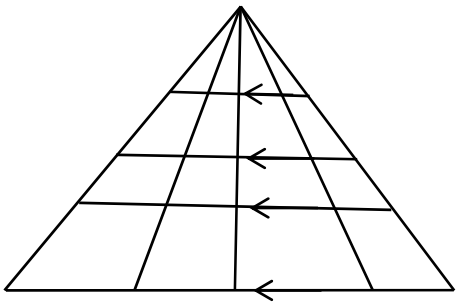
❶ لتكن $(v_n)_{n\geq 0}$ المتتالية: $v_n = u_n - 3$ أثبت أنّ المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسية وجِدْ أساسها .

❷ عبّر عن v_n بدلالة n ثمّ اكتب عبارة u_n بدلالة n .

❸ لتكن $(w_n)_{n\geq 0}$ المتتالية: $w_n = \ln(v_n)$ أثبت أنّ المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ حسابية وجِدْ أساسها .

واستنتج المجموع : $S = w_3 + w_4 + \cdots + w_{10}$.

التمرين الرابع:



تأمّل الشكل المجاور:

❶ ما عدد المثلثات في الشكل المجاور ؟

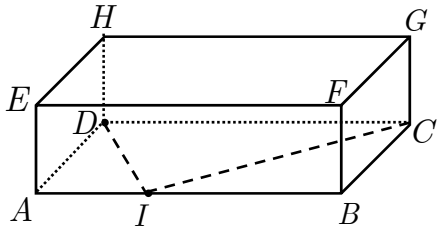
❷ ما عدد أشباه المنحرفات في الشكل المجاور ؟

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين : (100درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى :

$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB = 5$ و $BC = 3$ و $CG = 2$.

والنقطة I تحقّق $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$. ولنختر معلماً متجانساً : $(D;\frac{1}{3}\overrightarrow{DA},\frac{1}{5}\overrightarrow{DC},\frac{1}{2}\overrightarrow{DH})$



❶ جد إحداثيات جميع النقاط في المعلم المعطى .

❷ أثبت أنّ معادلة المستوي (HIC) هي $2x + 2y + 5z - 10 = 0$

❸ أثبت أنّ مساحة المثلث DIC تساوي $\frac{15}{2}$.

❹ احسب حجم الهرم $HDIC$.

❺ احسب بعد النقطة D عن المستوي (HIC) واستنتج مساحة المثلث HIC .

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = ax + b - \frac{4e^x}{e^x + 2}$ حيث a و b عددين حقيقيين .

أولاً : عيّن a و b إذا علمتَ أنَ الخط C يقبل مماساً أفقياً Δ في النقطة $(\ln 2, \ln 2)$.

ثانياً : بفرض $a = 1$ و $b = 2$ نحصل على التابع : $f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 2}$.

❶ أثبت أنّ المستقيم d الذي معادلته : $y = x + 2$ مقارب للخط C في جوار $-\infty$.

❷ أثبت أنّ المستقيم d' الذي معادلته : $y = x - 2$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$.

❸ ادرس تغيّرات التابع f ونظّم جدولاً بها .

❹ ارسم d و d' و Δ ثمّ ارسم C .

❺ لنعّرف المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ وفق العلاقة : $u_n = f(n)$ ادرس جهة اطراد هذه المتتالية .

.....انتهت الأسئلة .....