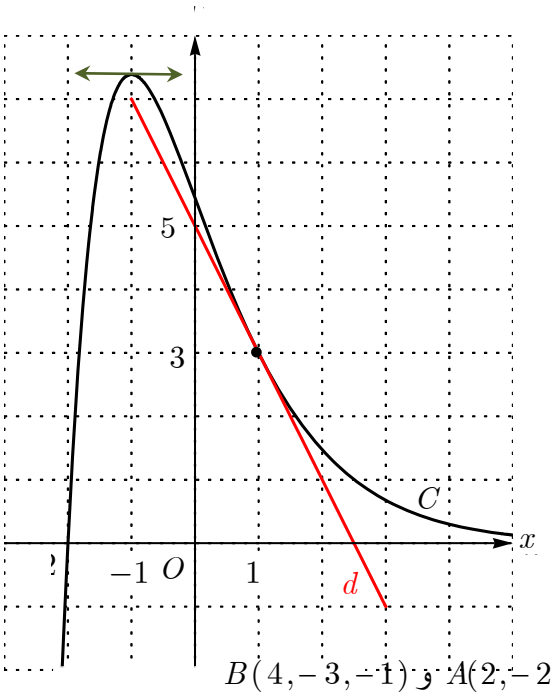
أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ المرسوم في الشكل المجاور:



حيث يقبل خطّه البياني C مماساً d في النقطة التي فاصلتها 1 .

❶ جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه

❷ جِدْ $f'(-1)$ و $f(1)$ و $f'(1)$.

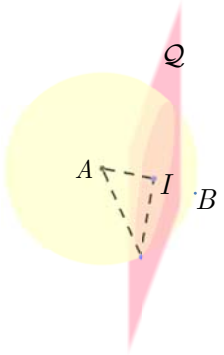
❸ ما حلول كلاً من المتراجحتين : $f(x)\geq 0$ و $f'(x)\leq 0$ ؟

❹ اكتب معادلة المماس d .

❺ باستخدام التقريب التآلفي المحلي جِدْ قيمة تقريبية لِـ $f(0.8)$.

السؤال الثاني: في معلمٍ متجانسٍ $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ لدينا النقطتان : $A(2,-2,-3)$ و $B(4,-3,-1)$

والمستوي $\mathcal{Q}$ الذي معادلته $2x-y+2z=3$.



❶ اكتب معادلة الكرة S التي مركزها A ونصف قطرها AB

ثمّ اكتب معادلة المستوي $\mathcal{P}$ الذي يمس S في النقطة B .

❷ أثبت أنّ المستوي $\mathcal{Q}$ يقطع الكرة S . ثمّ احسب نصف قطر الدائرة المقطع وعيّن مركزها .

السؤال الثالث : أجب عن السؤالين الآتيين :

❶ جِدْ الحل المشترك لجملة المعادلتين الآتيتن: $\begin{cases} e^{x}+e^{y}=2 \\ e^{2x}+e^{2y}=\dfrac{5}{2} \end{cases}$

❷ احسب النهاية الآتية : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right)^{x+2}$.

السؤال الرابع: ليكن لدينا $(x^2-\frac{1}{x})^n$ حيث n عدد طبيعي

❶ ما الشرط على العدد الطبيعي n كي يحتوي المنشور السابق على حد ثابت مستقل عن x ؟

❷ جِدْ الحد الذي يحوي x^5 في منشور $(x^2-\frac{1}{x})^{10}$. وهل يوجد حد مستقل عن x في المنشور السابق ؟ معللاً إجابتك .

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0,+\infty[$ وفق العلاقة : $f(x)=(x)^{\frac{1}{x}}$

❶ جِدْ التابع المشتق للتابع f . ونظّم جدولاً بجهة اطراده .

❷ لنعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ وفق العلاقة : $u_n=(n)^{\frac{1}{n}}$ استنتج جهة اطراد المتتالية ربّما بدءاً من حد معيّن .

❸ لنعرّف المتتالية $(S_n)_{n\geq 1}$ وفق : $S_n=u_1+u_2+\cdots+u_n$ احسب S_1 و S_2 و S_3 ثمّ عيّن جهة اطراد المتتالية $(S_n)_{n\geq 1}$

يوجد صفحة ثانية يرجى قلب الصفحة

التمرين الثاني : يحوي صندوق خمس كرات خضراء و ست كرات حمراء . نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التتالي دون إعادة .

❶ ما عدد النتائج الممكنة للسحب ؟

❷ ما عدد النتائج الممكنة للسحب حيث الكرة المسحوبة أولاً خضراء اللون ؟

❸ ما عدد النتائج التي تشتمل على ثلاث كرات خضراء اللون ؟

❹ ما عدد النتائج التي تشتمل على كرة حمراء اللون على الأقل ؟

التمرين الثالث : ليكن التابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\sin^2 x+\cos x$. خطّه البياني C .

❶ أثبت أنّ f دوري دوره 2π وأنّه تابع زوجي ثمّ استنتج أنّه يمكن دراسته على المجال $[0,\pi]$.

❷ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون $f'(x)=\sin x\cdot(2\cos x-1)$.

❸ ادرس تغيرات التابع f على المجال $[0,\pi]$.

❹ ارسم C على المجال $[-2\pi,2\pi]$.

التمرين الرابع: لدينا مجموعة الأرقام $\Omega=\{0,1,2,3,4,5\}$

❶ كم عدد مختلف الأرقام مؤلّف من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر Ω ؟

❷ كم عدد فردي ومختلف الأرقام مؤلّف من ثلاث منازل وأصغر من 300 يمكن تشكيله من عناصر Ω ؟

❸ كم عدد زوجي مؤلّف من ثلاث منازل وأصغر أو تساوي من 300 يمكن تشكيله من عناصر Ω ؟

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين : (100درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: في مستوٍ منسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقطة $A(2,-3,5)$ والمستويان :

$\mathcal{P}:2x-2y-z+4=0$ و $\mathcal{Q}:2x+y+2z+1=0$

❶ بيّن أنّ المستويين $\mathcal{P}$ و $\mathcal{Q}$ متعامدان . ثمّ أثبت أنّ فصلهما المشترك d تمثيله الوسيطي هو:

$$d:\begin{cases}x=t\\ y=2t+3\\ z=-2t-2\end{cases}:t\in\mathbb{R}$$

❷ عيّن النقطة H المسقط القائم للنقطة A على المستقيم d.

❸ اكتب معادلة المستوي R المار بالنقطة $\Omega(1,4,1)$ والموازي للمستوي $\mathcal{Q}$.

❹ بافتراض في المستوي R دائرة C مركزها Ω ونصف قطرها 3 . أثبت أنّ $B(3,2,0)$ هي نقطة من C .

❺ أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمماس T للدائرة C في النقطة B .

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=(ax+b)e^{-x+1}$ حيث $a,b\in\mathbb{R}$

أولاً : عيّن العددين a و b إذا علمتَ أنّ للتابع f قيمة حدية محلياً مساويةً e^2 عند $x=-1$.

ثانياً : بافتراض $a=1$ و $b=2$ نحصل على التابع $f(x)=(x+2)e^{-x+1}$.

❶ جِدْ نهاية f عند أطراف مجموعة تعريفه واستنتج معادلة مقاربه الأفقي .

❷ ادرس تغيّرات f ونظّم جدولاً بها .

❸ ارسم C . واستنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع f_1 المعيّن بالعلاقة : $f_1(x)=(x+3)e^{-x}$.

.....انتهت الأسئلة .....