مدارس الأوائل النموذجية الخاصة

مذاكرة الفصل الثاني في مادة الرياضيات — **الاسم :.....**

للصف الثالث الثانوي العلمي (2021-2022) — **النموذج : B** — **الدرجة: 600**

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $I=]-1,+\infty[$ والاشتقاقي على $I\setminus\{2\}$. جدول تغيّراته الآتي :

x	-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$+$	3 ‖ -1	$-$	
$f(x)$	‖	$\nearrow$	0	$\nearrow$	4 ‖ -5	$\searrow$	0

❶ هل $f(1)$ قيمة حدية محلياً ؟ علل إجابتك .

❷ دل على القيم الحدية محلياً مبيّناً نوعها .

❸ اكتب معادلة نصف المماس من اليمين للخط C في نقطة منه فاصلتها 2 .

❹ ما حلول المتراجحة $f(x)<0$ ؟ ثمّ جِدْ $f([-1,+\infty[)$.

السؤال الثاني: في معلمٍ متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقطتان $A(2,0,3)$ و $B(0,2,-1)$ والمستوي $\mathcal{P}$ الذي معادلته : $x+2y-z-5=0$ والمستقيم d الذي يقبل $\vec{u}(1,-1,2)$ شعاعاً موّجهاً له .

❶ أثبت أنّ المستقيم d يقطع المستوي $\mathcal{P}$ في نقطة I .

❷ إذا علمتَ أنّ المستقيم d يمر بالنقطة $C(0,4,-6)$ جِدْ إحداثيات النقطة I .

❸ اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي $\mathcal{P}$.

❹ أثبت أنّ المستقيمين (AB) و d متوازيان وغير منطبقين .

السؤال الثالث : انشر $(1+x)^n$ ثمّ استنتج قيمة المجموع : $S=\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\cdots+\binom{n}{r}+\cdots+\binom{n}{n}$

وإذا كان لدينا مجموعة مكوّنة من n عنصراً على ماذا يدل المجموع S ؟

السؤال الرابع : أجب عن السؤالين الآتيين :

❶ حل كلاً من المتراجحتين الآتيتين : ❒ $e^{-2x}-4e^{-x}+3\geq 0$ ❒ $e^{-2x}>-3$

❷ حل المعادلة التفاضلية $2y+3y'-1=0$

التي تحقّق أنّ ميل المماس في النقطة التي فاصلتها $x=0$ من الخط البياني للحل يساوي -1 .

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

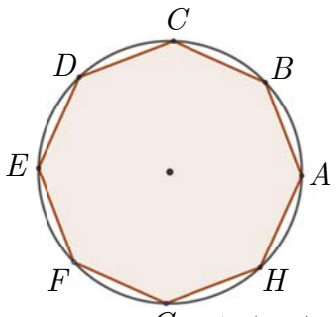
التمرين الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $[-1,+\infty[$ وفق $f(x)=2\sqrt{x+1}-x$

❶ ادرس قابلية اشتقاق التابع f عند $x=-1$.

❷ ادرس تغيّرات التابع f ونظّم جدولاً بها ثمّ دل على القيم الحدية محلياً. ثمّ استنتج أنّ للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد α ثمّ أثبت أنّ $\alpha\in]4,5[$.

❸ هل يقبل الخط C مماساً موازياً للمستقيم $y=-2x$ ؟

التمرين الثاني : في الشكل المرسوم جانباً لدينا ثمان نقاط : A و B و C و D و E و F و G و H موزّعة على دائرة بحيث تشكّل رؤوس مثمّن منتظم .



❶ نصل بين ثلاث نقاط منها لنحصل على مثلث:

a) ما عدد المثلثات التي تمر بالنقطة A ؟ b) ما عدد المثلثات القائمة التي يمكن أن نحصل عليها ؟

❷ ما عدد أقطار المثمّن ؟

يوجد صفحة ثانية يرجى قلب الصفحة

التمرين الثالث: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة وفق العلاقة التدريجية :

$$\begin{cases} u_0 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1+2u_n} \end{cases}$$

❶ أثبت بالتدريج أنّه أيا كان العدد الطبيعي n كان $u_n > 0$.

❷ لنعرّف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ وفق العلاقة $v_n = \dfrac{1}{u_n} + 1$. أثبت أنّ $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية وجِدْ أساسها .

اكتب عبارة v_n بدلالة n ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n .

❸ احسب المجموع : $v_3 + v_4 + \cdots + v_{10}$.

❹ لنعرّف المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ وفق العلاقة : $w_n = e^{v_n}$ أثبت أنّ $(w_n)_{n\geq 0}$ هندسية وجِدْ أساسها .

التمرين الرابع :

يحوي صندوق ثلاث كرات متماثلة كتب عليها الأحرف ≪ح≫ و ≪ب≫ و ≪ر≫ نسحب الكرات الثلاث على التوالي دون إعادة : ونسجّل الأحرف التي نحصل عليها . لتكن E مجموعة الكلمات التي نحصل عليها في هذه التجربة .

❶ ما عدد عناصر المجموعة E ؟

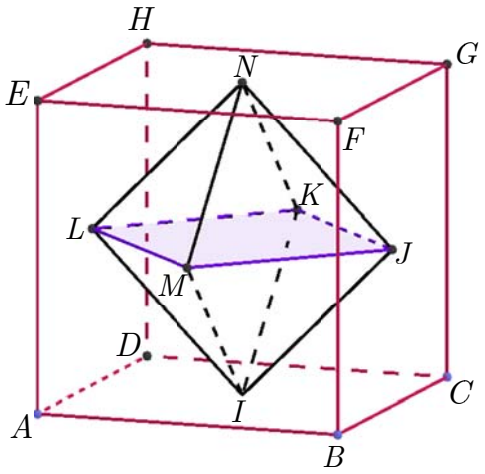
❷ ماعدد النتائج التي نحصل بها على كلمة بحر ؟

❸ ماعدد النتائج التي تشتمل على كلمة تبدأ بالحرف ≪ ح≫ ؟

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين : (100درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: $ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه 2.

النقاط : I و J و K و L و M و N مراكز أوجهه الستة .



لنتخذ معلماً $(A;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$

❶ أعطِ إحداثيات رؤوس المكعب ومراكز أوجهه في المعلم المعطى .

❷ أثبت أنّ المستقيم (ML) يعامد كلاً من المستقيمين (IN) و (NC) ثمّ استنتج معادلةً للمستوي (NCI) .

❸ تحقّق أنّ المعادلة الديكارتية للمستوي (NJM) هي $x - y + z = 2$. ثمّ أثبت أنّ (DF) يعامد المستوي (NJM) .

❹ أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d الفصل المشترك للمستويين (NJM) و (NCI) وتحقّق أنّ d هو نفسه المستقيم (NE).

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = ae^{2x} + be^x$ حيث a و b عددان حقيقيان .

أولاً : عيّن a و b إذا علمت أنّ للتابع f قيمة حدية محلياً مساويةً -1 عند $x = 0$.

ثانياً : بفرض $a = 1$ و $b = -2$ نحصل على التابع $f(x) = e^{2x} - 2e^x$

❶ أوجد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واستنتج معادلة المستقيم المقارب الأفقي لخطّه البياني .

❷ ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها . و دل على قيمته الصغرى محلياً .

❸ جِدْ نقطة تقاطع الخط C مع محور الفواصل ثمّ ارسم ما وجدته من مقاربات وارسم C .

❹ استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع f_1 المعيّن بالعلاقة : $f_1(x) = (e^x - 1)^2$ من الخط البياني C للتابع f .

.....انتهت الأسئلة .....