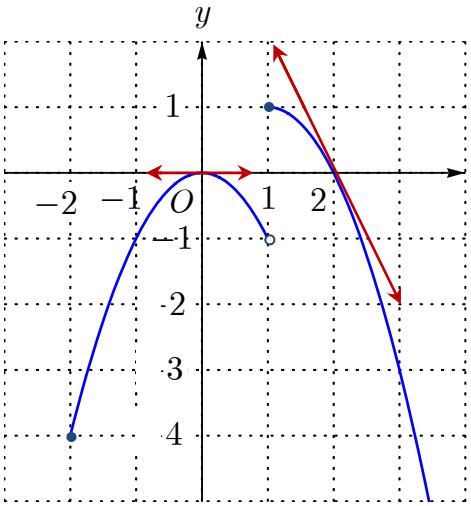
أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $I=[-2,+\infty[$

❶ هل f اشتقاقي عند 1 ؟ علل إجابتك .

❷ احسب $f'(2)$ واكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 2.

❸ ما مجموعة حلول المتراجحة $f'(x)\le 0$ ؟

❹ ما مجموعة حلول المتراجحة $f(x)>0$ ؟

السؤال الثاني:

في معلمٍ متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(2,3,0)$ و $B(-4,1,-2)$

أعطِ معادلة للمجموعة ε المكوّنة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقّق : $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BM}=0$. وحدّد طبيعتها .

السؤال الثالث :

❶ حل جملة المعادلتين الآتيتين : $\begin{cases}\ln(x-2)-\ln y=0\\ \ln x+\ln y=\ln 24\end{cases}$.

❷ حل المتراجحة الآتية : $(e^x-1)\cdot(e^x-3)\ge 0$.

السؤال الرابع:

❶ ليكن $z=-2+i$ العدد العقدي الممثّل للنقطة M .

عيّن العدد العقدي z' الممثّل للنقطة M' صورة M وفق تحاكٍ مركزه $\Omega(1+3i)$ ونسبته $k=-2$.

❷ عيّن طبيعة التحويل الهندسي الذي يقرن النقطة B بالنقطة A في المساواة : $b+2-i=e^{i\frac{5\pi}{6}}(a+2-i)$.

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول :

ليكن f التابع المعرّف على $]0,\frac{\pi}{2}[$ وفق: $f(x)=\tan x$.

احسب $f(\frac{\pi}{4})$ و $f'(x)$ و $f'(\frac{\pi}{4})$ ثمّ استنتج النهاية الآتية : $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\tan x-1}{x-\frac{\pi}{4}}$.

التمرين الثاني :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\dfrac{x-1}{|x|+1}$

❶ ادرس قابلية اشتقاق التابع f عند الصفر من اليسار. واكتب معادلة نصف المماس من اليسار للخط C عند الصفر .

❷ هل f اشتقاقي عند الصفر ؟علل إجابتك .

يوجد صفحة ثانية يرجى قلب الصفحة

التمرين الثالث :

في مستوٍ محدث بمعلمٍ متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ لتكن الأعداد العقدية :

$z_A=1$ و $z_B=\sqrt{3}+1-i$ و $z_C=\sqrt{3}+1+i$ الممثّلة للنقاط A و B و C بالترتيب .

❶ احسب العدد $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ ثمّ استنتج أنّ المثلث ABC متساوي الأضلاع .

❷ وضّع النقاط A و B و C في مستوٍ ثمّ احسب العدد العقدي z_D الممثّل للنقطة D التي تجعل $ADBC$ معيّناً .

التمرين الرابع: في المستوي العقدي المنسوب إلى معلمٍ متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

لدينا النقاط K و L و M التي تمثلها الأعداد العقدية $z_K=1+i$ و $z_L=1-i$ و $z_M=-i\sqrt{3}$

❶ N نظيرة M بالنسبة إلى النقطة L . عيّن العدد العقدي الممثل للنقطة N .

❷ R الدوران الذي مركزه O وزاويته $\dfrac{\pi}{2}$ نضع $R(M)=A$ و $R(N)=C$. بيّن أنّ $z_A=\sqrt{3}$ و $z_C=(2-\sqrt{3})+2i$.

❸ T الانسحاب الذي شعاعه $\vec{\omega}(0,2)$ نضع $T(M)=D$ و $T(N)=B$. بيّن أنّ $z_D=i(2-\sqrt{3})$ و $z_B=2+i\sqrt{3}$.

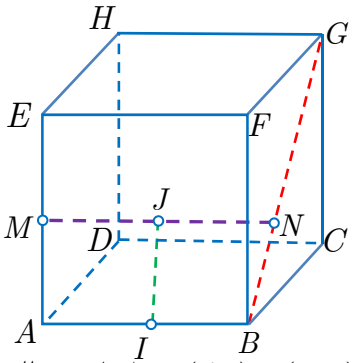
❹ بيّن أنّ $\dfrac{z_A-z_B}{z_C-z_B}=i$ واستنتج نوع المثلث ABC .

❺ أثبت أنّ الرباعي $ABCD$ مربع .

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين : (100درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى :

$ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه 2 . لنتخذ معلماً $(A;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$



❶ أعطِ إحداثيات رؤوس المكعب في المعلم المعطى .

❷ M منتصف القطعة المستقيمة $[AE]$ و N نقطة من $[BG]$

تحقّق $\overrightarrow{BG}=2\sqrt{2}\,\overrightarrow{BN}$. أوجد إحداثيات كل من M و N .

❸ I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[MN]$. أوجد إحداثيات كلٍّ من I و J .

ثمّ أثبت أنّ المستقيم (IJ) يعامد كلاً من المستقيمين (MN) و (AB) .هل المستقيمان (MN) و (AB) متوازيان ؟علل إجابتك.

❹ اكتب معادلة المستوي المار بالنقطة B والعمودي على المستقيم (MN) .

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0,+\infty[$ وفق : $f(x)=\dfrac{1+\ln x}{x}$

❶ جِد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه . واستنتج معادلة كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي لخطّه البياني .

❷ ادرس تغيّرات التابع f و نظّم جدولاً به .

❸ جِدْ نقطة تقاطع C مع محور الفواصل ثمّ ارسم C .

❹ ناقش بحسب قيم $m\in\mathbb{R}$ عدد حلول المعادلة $f(x)=m$.

❺ استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع f_1 المعيّن بالعلاقة : $f_1(x)=\dfrac{|1+\ln x|}{x}$ من الخط C .

.....انتهت الأسئلة .....