مدارس الأوائل النموذجية الخاصة

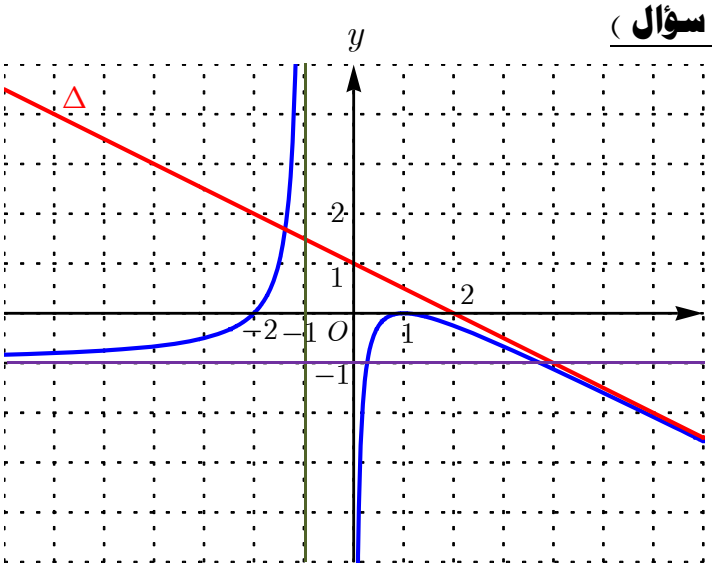
الامتحان النصفي في مادة الرياضيات — **الاسم :.....**

للصف الثالث الثانوي العلمي (2021-2022) — **النموذج : C** — **الدرجة: 600**

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]-\infty,-1[\cup]0,+\infty[$ المرسوم في الشكل المجاور

حيث يقبل خطّه البياني C مقارب مائل Δ.



❶ جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واستنتج معادلة كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي .

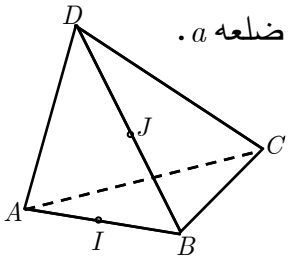
❷ اكتب معادلة المستقيم Δ . ثمّ استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$.

❸ ما حلول المعادلة $f(x)=0$ ؟

❹ ما مجموعة تعريف التابع $g: x\mapsto\sqrt{f(x)}$ ؟

❺ نظّم جدولاً بتغيّرات التابع f .

السؤال الثاني: $ABCD$ رباعي وجوه منتظم(كل وجه فيه مثلث متساوي الأضلاع) طول ضلعه a.



I و J هما، بالترتيب ، منتصفا $[AB]$ و $[BD]$.

❶ احسب كلاً من : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CI}$ و $\overrightarrow{IJ}\cdot\overrightarrow{DA}$ و $\overrightarrow{AJ}\cdot\overrightarrow{DA}$

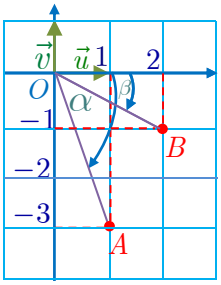
❷ أثبت أنّ المستقيمين (AB) و (CD) متعامدان .

السؤال الثالث :

❶ حل المعادلة الآتية : $\dfrac{1}{2}\ln 2x=\ln(x+1)-\ln(\sqrt{3-x})$.

❷ حل المتراجحة الآتية : $\ln(e^x+3)>1$.

السؤال الرابع: في الشكل المجاور المستوي العقدي المزوّد بمعلمٍ متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$



لدينا النقطتان A و B اللتان يمثّلهما العددين العقديين z_A و z_B.

❶ اكتب العددين العقديين z_A و z_B.

❷ احسب $\alpha-\beta$ حيث α و β هي القياسات الأساسية للزاويتين الموجّهتين $(\vec{u},\overrightarrow{OA})=\alpha$ و $(\vec{u},\overrightarrow{OB})=\beta$.

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : في المستوي العقدي $(O;\vec{u},\vec{v})$ لدينا الأعداد العقدية $a=2$ و $b=3+i\sqrt{3}$ و $c=2\sqrt{3}i$ الممثّلة للنقاط A و B و C بالترتيب .

❶ اكتب الأعداد العقدية a و b و c بالشكل الأسي . ثمّ وضّع النقاط A و B و C في المستوي .

❷ احسب النسبة $\dfrac{a-b}{c-b}$ و استنتج نوع المثلث ABC .

❸ أثبت أنّ مبدأ الإحداثيات O هو صورة B وفق دوران غير مباشر مركزه C و زاويته $-\dfrac{\pi}{3}$.

ثمّ أثبت أنّ النقاط O و A و B و C تقع على دائرة واحدة عيّن مركزها واحسب نصف قطرها .

يوجد صفحة ثانية يرجى قلب الصفحة

التمرين الثاني : أثبت أنّ للمعادلة $2x+\cos x=0$ حل وحيد α في $\mathbb{R}$ ثمّ تحقّق أنّ $\alpha \in]-\frac{\pi}{6},0[$.

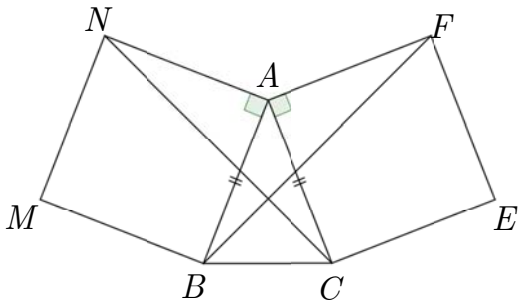
التمرين الثالث : ليكن f التابع المعرّف على $]-\infty,2[$ وفق $f(x)=\frac{2x-3}{x-2}$.

❶ احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. واستنتج $\lim\limits_{x\to-\infty} f(f(x))$

❷ أعطِ عدداً حقيقياً A يحقّق الشرط إذا كان : $x<A$ كان $f(x)\in]1.98,2.02[$.

❸ جِدْ التابع المشتق للتابع f ثمّ استنتج مشتق التابع $g:x\mapsto\frac{2\sin x-3}{\sin x-2}$.

التمرين الرابع: ليكن ABC مثلّثاً متساوي الساقين، رأسه A . ننشئ خارجه المربعين $ACEF$ و $ABMN$.



نختار معلماً متجانساً مباشراً مبدؤه A . ولتكن الأعداد العقدية :

b و n و f و c الممثّلة للنقاط B و N و F و C بالترتيب .

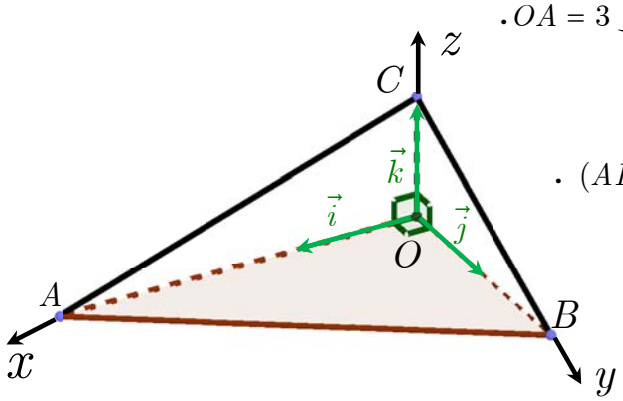
❶ أثبت أنّ $n=-ib$ و $f=ic$.

❷ أثبت أنّ $f-b=i(c-n)$.

❸ استنتج أنّ $BF=CN$ ، وأنّ المستقيمين (BF) و (CN) متعامدان.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين : (100**درجة لكل مسألة**)

المسألة الأولى: لدينا رباعي وجوه $OABC$ ثلاثي الزاوية القائمة رأسه O، أي إنّ المستقيمات (OA) و (OB) و (OC) متعامدة مثنى مثنى . لنفترض إضافةً إلى ذلك $OC=1$ و $OB=2$ و $OA=3$.



ولنختر معلماً متجانساً $(O;\frac{1}{3}\overrightarrow{OA},\frac{1}{2}\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC})$.

❶ أعطِ إحداثيات النقاط A و B و C ثمّ اكتب معادلةً للمستوي (ABC) .

❷ أثبت أنّ النقطة $K(\frac{12}{13},\frac{18}{13},0)$ تنتمي إلى المستقيم (AB) .

❸ $\overrightarrow{OK}\cdot\overrightarrow{AB}$ و ماذا تستنتج ؟

❹ احسب مساحة المثلث OAB.

ثمّ استنتج طول القطعة المستقيمة $[OK]$ واحسب حجم الهرم $OABC$.

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=ax+b+\frac{1}{x}\ln x$ حيث $a,b\in\mathbb{R}$

أولاً : عيّن العددين a و b إذا علمتَ أنّ المماس للخط C في النقطة $A(1,0)$ منه يوازي المستقيم $y=3x+2$.

ثانياً : بافتراض $a=2$ و $b=-2$ نحصل على التابع $f(x)=2x-2+\frac{\ln x}{x}$.

❶ أثبت أنّ المستقيم d الذي معادلته : $y=2x-2$ مقارب للخط C . وادرس وضع الخط C بالنسبة إلى d .

❷ لنعرّف التابع g على $]0,+\infty[$ وفق العلاقة : $g(x)=2x^2+1-\ln x$

ادرس اطراد التابع g واستنتج أنّ $g(x)>0$ أياً تكن $x\in]0,+\infty[$.

❸ تحقّق أنّ $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ واستنتج أنّ f متزايدٌ تماماً على $]0,+\infty[$.

❹ ادرس تغيّرات التابع f على المجال $]0,+\infty[$ و نظّم جدولاً به . ثمّ ارسم خطّه البياني بعد رسم مستقيماته المقاربة .

.....انتهت الأسئلة .....