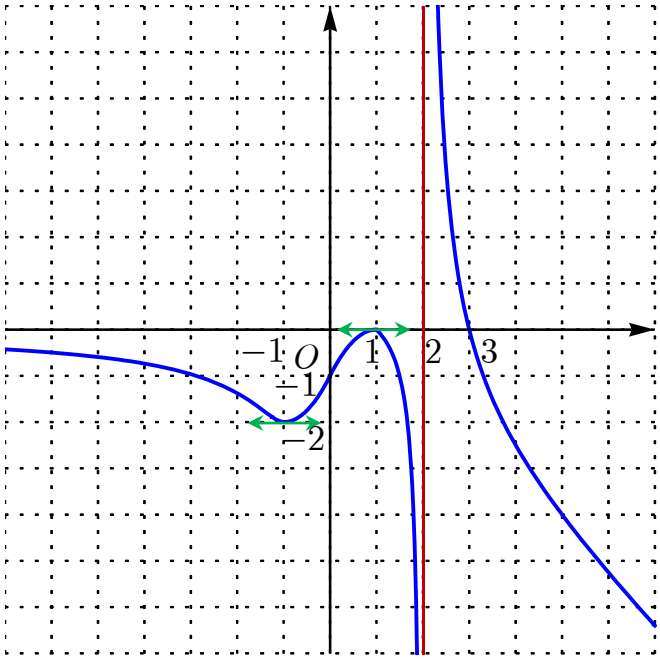
التحليل 1: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول :

ليكن f التابع المعرّف على $\mathbb{R}\setminus\{2\}$

خطه البياني C_f المرسوم في الشكل المجاور:



❶ استنتج من الشكل نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه ثمّ اكتب معادلة كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي للخط C_f.

❷ ما حلول المعادلة $f(x)=0$ ؟

❸ ما مجموعة حلول المتراجحة $f(x)\geq 0$ ؟

❹ ناقش بحسب قيم $k\in\mathbb{R}$ عدد حلول المعادلة $f(x)=k$.

❺ نظّم جدولاً بتغيّرات التابع f.

❻ ليكن التابع g المعيّن بالعلاقة : $g(x)=\dfrac{1}{f(x)}$.

خطّه البياني C_g عيّن مجموعة تعريف التابع g واستنتج معادلات المستقيمات المقاربة لخطّه البياني C_g .

السؤال الثاني :

ليكن f التابع المعيّن بالعلاقة $f(x)=x\cdot\sin\dfrac{1}{x}$.

❶ ادرس نهاية f عند الصفر.

❷ ادرس نهاية f عند $+\infty$.

السؤال الثالث :

ادرس نهايات كلاً من التوابع الآتية عند a الموافقة .

❶ $f(x)=\sqrt{-x}+x$ عند $-\infty$.

❷ $f(x)=\dfrac{2-\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+6}-3}$ عند $+\infty$ و 3 .

❸ $f(x)=\dfrac{3\cos x-3}{\sqrt{x^2+1}-1}$ عند 0 و $-\infty$.

❹ $f(x)=\dfrac{2x^3-3x-10}{x^2-4}$ عند $-\infty$ و $+\infty$ و -2 و 2 .

السؤال الرابع :

❶ أثبت أنّ $\dfrac{1}{x^2}-1\geq\dfrac{1}{x^2}-\sin^2\dfrac{1}{x}$ أياً تكن $x\in\mathbb{R}^*$. ثمّ استنتج نهاية التابع $x\mapsto\dfrac{1}{x^2}-\sin^2\dfrac{1}{x}$ عند الصفر .

❷ f تابع معرّف على $]-\infty,0[$ وفق : $g(x)=\dfrac{2-\cos x}{x}$. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(g(x))$.

❸ بافتراض أنّ $x-\dfrac{x^3}{6}\leq\sin x\leq x-\dfrac{x^3}{6}+\dfrac{x^5}{120}$ أياً تكن $x>0$. استنتج $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{x-\sin x}{x^3}$.

يوجد صفحة ثانية يرجى قلب الصفحة

التحليل2:

السؤال الأول : (30 درجة)

❶ حل المعادلة الآتية : $\ln(-x) = \ln(x^2 - 1)$.

❷ حل المتراجحة الآتية : $\ln(x^2 - 2x + 2) > 0$.

❸ ارسم في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ مجموعة النقاط $M(x,y)$ التي تحقّق الشرط : $\ln(-y) = \ln(x+1)$.

السؤال الثاني : (30 درجة)

ليكن f التابع المعين بالعلاقة : $f(x) = 2x^2 - x - 1$

❶ حل المعادلة $f(x) = 0$ ثمّ استنتج حلول المعادلة $2(\ln x)^2 - \ln x - 1 = 0$.

❷ حل المتراجحة : $2(\ln x)^2 - \ln x - 1 \le 0$.

❸ حل المتراجحة : $\ln x + \ln(2x-1) > 0$.

السؤال الثالث : (30 درجة)

حل جملة المعادلتين الآتيتين :

$$\begin{cases} x^2 + 2y = 16 \\ \ln\dfrac{x}{y} = -\ln 3 \end{cases}$$

السؤال الرابع: (50 درجة)

ليكن f تابعاً معرّفاً على المجال $I =]0,+\infty[$ وفق العلاقة : $f(x) = x^2 + \ln x - 1$ ، خطّه البياني C .

❶ احسب $f'(x)$ واستنتج أنّ f متزايدٌ تماماً على $I =]0,+\infty[$.

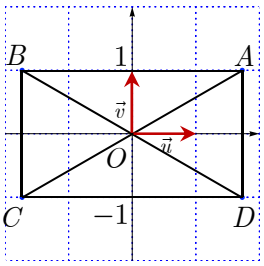
❷ نظّم جدولاً باطراد التابع f ثمّ احسب $f(1)$ واستنتج مجموعة حلول المتراجحة $x^2 + \ln x \le 1$.

❸ اكتب معادلةً للمماس للخط C في نقطة منه فاصلتها $x = 1$.

الجبر:

السؤال الأول : (20 درجة)

في معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ مثّلنا المستطيل $ABCD$ المرسوم جانباً:



مركزه O وطول قطره يساوي 4 . أعطِ الأعداد العقدية التي تمثّل رؤوس المستطيل .

السؤال الثاني : (60 درجة)

ليكن العدد العقدي $w = \dfrac{2e^{i\frac{\pi}{6}}}{\sqrt{2} + i\sqrt{2}}$.

❶ أثبت أنّ $|w| = 1$ و $\arg(w) = \dfrac{-\pi}{12}$ ثمّ استنتج الشكل الأسي للعدد w .

❷ ليكن z عدداً عقدياً ما ، بالاستفادة من $|w| = 1$ أثبت أنّ العدد $v = \dfrac{z - w\overline{z}}{1-w}$ حقيقي .

❸ بالاستفادة من $\arg(w) = \dfrac{-\pi}{12}$ أثبت أنّ العدد $u = \dfrac{-1+i}{(1+i\sqrt{3})\cdot w}$ تخيلي بحت .

يوجد صفحة ثالثة يرجى قلب الصفحة

السؤال الثالث : (60 درجة)

لتكن الأعداد العقدية : $z=(3+\sqrt{3})+i(-3+\sqrt{3})$ و $u=3+i\sqrt{3}$ و $v=\dfrac{z}{u}$

❶ اكتب v بالشكل الجبري .

❷ اكتب كلاً من v و u بالشكل المثلثي ثمّ استنتج z بالشكل المثلثي .

❸ استنتج $\sin\dfrac{\pi}{12}$ و $\cos\dfrac{\pi}{12}$.

❹ أثبت أنّ العدد z^{2022} تخيّلي بحت .

السؤال الرابع : (60 درجة)

أولاً :عيّن مجموعة النقاط $M(z)$ التي تحقّق المساواة في كل من الحالتين الآتيتين :

❶ $\arg(iz)=\pi$. ❷ $\mathrm{Im}(z)=\dfrac{\pi}{4}$.

ثانياً: ❶ اكتب كلاً من العددين العقديين بالشكل الأسي : $z_1=2\cos\dfrac{5\pi}{7}e^{\frac{i\pi}{3}}$ و $z_2=1+e^{\frac{i\pi}{6}}$.

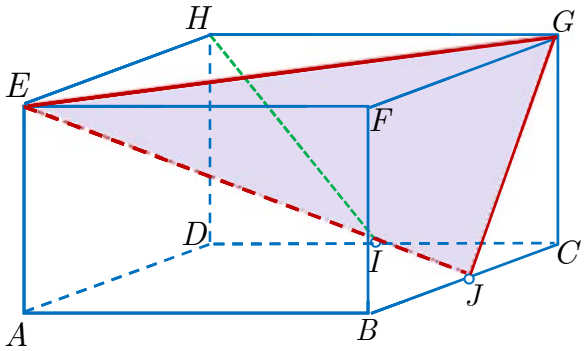
❷ اكتب كلاً من العددين العقديين بالشكل المثلثي : $z_3=(\sin\dfrac{\pi}{9}+i\cos\dfrac{\pi}{9})^5$ و $z_3=-7(\cos\dfrac{\pi}{7}-i\sin\dfrac{\pi}{7})$.

الأشعة:

السؤال الأول: (100 درجة)

$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB=4$ و $AD=2$ و $AE=1$. والنقطتان I و J منتصفا $[DC]$ و $[BC]$ بالترتيب .

و Q نقطة تحقّق $\overrightarrow{AQ}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AD}$.



أولاً : حدّد موقع النقطة N التي تحقّق المساواة :

$$\overrightarrow{GN}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{EC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{EB}$$

ثانياً : لنختر معلماً متجانساً : $(A;\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AB},\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$

❶ جد إحداثيات رؤوس متوازي المستطيلات

وإحداثيات النقاط I و J و Q في المعلم المعطى .

❷ احسب أطوال أضلاع المثلث EJG . وحدّد نوعه .

و جِد إحداثيات النقطة K كي يكون الشكل $EJGK$ مستطيلاً .

❸ عيّن إحداثيات النقطة G' مركز ثقل المثلث EJG وأثبت أنّها تنتمي إلى المستقيم (QF) .

❹ عيّن إحداثيات النقطة L نظيرة النقطة G بالنسبة إلى النقطة G' .

❺ جد معادلة المستوي التي تمثّله مجموعة النقاط M من الفراغ المتساوية البعد عن طرفي القطعة المستقيمة $[GJ]$.

❻ هل يوجد نقطة من المستقيم (HG) متساوية البعد عن النقطتين G و J ؟ علل إجابتك .

❼ جد معادلة الكرة التي قطرها $[AG]$.

.....انتهت الأسئلة .....