

**أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: ( 40 درجة لكل سؤال )****السؤال الأول :** ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  جدول تغيراته هو الآتي :

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$3$	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$+$
$f(x)$	$2$	$\nearrow$	$3$	$\searrow$	$2$

① ارسم  $C$  مع العلم أن  $f(0) = 2$ 

② في الجدول الآتي :

اكتب رقم السؤال ثم اختر الإجابة الصحيحة المقترحة الوحيدة له .

رقم السؤال	السؤال	الإجابات المقترحة			
		$d$	$c$	$b$	$a$
1	مجموعة تعريف التابع $f$ هي	$]-\infty, -1[ \cup ]3, +\infty[$	$]1, +\infty[$	$]-\infty, 1[ \cup ]1, +\infty[$	$\mathbb{R}$
2	عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$ هو	0	3	1	2
3	عدد المستقيمت المقاربة لخط $C$ هو	3	0	1	2
4	عدد حلول المعادلة $f(x) = 2$ هو	1	2	3	0
5	معادلة المماس للخط $C$ في النقطة $A(-1, 3)$ هي	$y = 3x - 1$	$x = -1$	$y = -x + 3$	$y = 3$

**السؤال الثاني:**في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا النقطتان  $A(2, -2, 3)$  و  $B(4, 2, -1)$ ① اكتب معادلة الكرة التي قطرها  $[AB]$  .② اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة  $[AB]$  .③ جد نقطة من محور الفواصل متساوية البعد عن النقطتين  $A$  و  $B$  .**السؤال الثالث :**

$$\begin{cases} \ln x - \ln y = 1 \\ \ln^2 x + \ln^2 y = 13 \end{cases}$$

جد الحل المشترك لجملتي المعادلتين :

**السؤال الرابع:**أولاً : عيّن مجموعة نقاط  $M(z)$  في المستوي التي تحقّق المساواة :  $z^2 - (1 - i)^2 = \bar{z}^2 - (1 + i)^2$  .ثانياً : ليكن  $z$  عدداً عقدياً ما . أثبت صحة المساواة :  $|z + i|^2 + |z - i|^2 = 2|z|^2 + 2$ **ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل تمرين)****التمرين الأول :**ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرّف على  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  وفق :  $f(x) = \frac{x^2 + \cos x - 3}{x - 1}$ ① أثبت أنّ للخط  $C$  مقارب مائل  $\Delta$  في جوار  $-\infty$  يطلب إيجاد معادلته .② ادرس وضع  $C$  بالنسبة إلى  $\Delta$  .

**التمرين الثاني :** لتكن المعادلة (E) الآتية :  $z^3 - 12z^2 + 48z - 128 = 0$  .

- ① تحقق أن العدد 8 حل للمعادلة (E) .
- ② عيّن عددين حقيقيين  $a$  و  $b$  يحققان  $z^3 - 12z^2 + 48z - 128 = (z - 8)(z^2 + az + b)$  .
- ③ حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة (E) . بفرض  $A$  و  $B$  و  $C$  نقاط المستوي التي تمثل حلول المعادلة (E) أثبت أن المثلث  $ABC$  متساوي الأضلاع .

### **التمرين الثالث :**

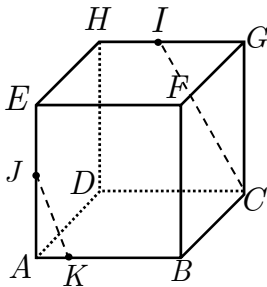
- يرمز  $E(x)$  إلى الجزء الصحيح للعدد الحقيقي  $x$  .
- أولاً : ليكن  $f$  التابع المعرف على  $[0,2]$  وفق العلاقة :  $f(x) = E(x) + (x - E(x))^3$  .
- ① اكتب  $f(x)$  بعبارة مستقلة عن  $E(x)$  (لا تحوي  $E(x)$ ) .
  - ② أثبت أن  $f$  مستمر على المجال  $[0,2]$  .
- ثانياً : ادرس نهاية التابع  $g : x \mapsto \frac{E(x)}{x}$  عند  $+\infty$  .

**التمرين الرابع :** ليكن العددان العقديان  $z_1 = -3e^{-\frac{\pi}{3}}$  و  $z_2 = 2 - 2i$  .

- ① اكتب كلاً من  $z_1$  و  $z_2$  بالشكل الجبري .
- ② اكتب كلاً من  $z_1$  و  $z_2$  بالشكل الأسّي .
- ③ استنتج قيمة كلٍ من  $\cos \frac{5\pi}{12}$  و  $\sin \frac{5\pi}{12}$  .

### **ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)**

**المسألة الأولى :**  $ABCDEFGH$  مكعب طول ضلعه يساوي 4 . فيه  $I$  منتصف  $[HG]$  و  $J$  منتصف  $[AE]$  .



و  $K$  نقطة تحقق  $\overline{AK} = \frac{1}{4}\overline{AB}$  ولنختار المعلم المتجانس  $(A; \frac{1}{4}\overline{AB}, \frac{1}{4}\overline{AD}, \frac{1}{4}\overline{AE})$  .

- ① أعطِ إحدائيات كلاً من رؤوس المكعب وكلٍ من  $I$  و  $J$  و  $K$  في المعلم المعطى .
- ② هل يوجد عدنان حقيقيان  $a$  و  $b$  يحققان :  $\overline{AG} = a\overline{JK} + b\overline{IC}$  .
- ③ أثبت أن الشعاعين  $\overline{JK}$  و  $\overline{IC}$  مرتبطان خطياً .
- هل الأشعة  $\overline{AG}$  و  $\overline{JK}$  و  $\overline{IC}$  مرتبطة خطياً ؟ علل إجابتك .
- ④ هل المستقيم  $(JK)$  يوازي المستوي  $(IBC)$  ؟ علل إجابتك .
- ⑤ جد إحدائيات النقطة  $M$  التي تجعل الشكل  $IJKM$  متوازي أضلاع . ثم تحقق أنها تقع على المستقيم  $(IC)$  .

**المسألة الثانية :** ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $]-1,3[$  وفق :  $f(x) = \ln\left(\frac{3-x}{x+1}\right)$  .

- ① جد نهاية التابع  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفه . واستنتج معادلة كل مستقيم مقارب شاقولي لخطّه البياني .
- ② ادرس تغيّرات التابع  $f$  و نظم جدولاً به .
- ③ ارسم ما وجدته من مستقيمات مقاربة و عيّن نقط تقاطع  $C$  مع محور الفواصل والترتيب ثم ارسم الخط البياني  $C$  .
- ④ استنتج رسم الخط البياني  $C_1$  للتابع  $f_1$  المعين بالعلاقة :  $f_1(x) = \ln\left(\frac{x+1}{3-x}\right)$  من الخط  $C$  .

.....انتهت الأسئلة.....