مدارس الأوائل النموذجية الخاصة للبنات

الاسم :.........

الامتحان النصفي في مادة الرياضيات

للصف الثالث الثانوي العلمي (2020-2021) النموذج : D الدرجة: 600

أولاً : أجيبي عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : ليكن f تابعاً مستمراً على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ ، خطّه البياني C_f . جدول تغيّراته الآتي :

x	$-\infty$		-2		-1			$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖		$-$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	0 ‖ $+\infty$		$\searrow$	-1

❶ أوجدي نهاية f عند أطراف مجموعة تعريفه ثمّ استنتج معادلة كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي لخطّه البياني C_f .

❷ هل يوجد للخط C_f مستقيمات مقاربة مائلة ؟ عللي إجابتك .

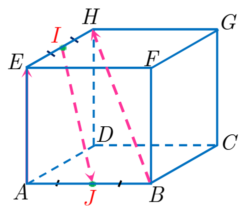
❸ أثبتي أنّ للمعادلة $f(x)=0$ حلاً وحيداً على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

❹ أوجدي $\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))$.

السؤال الثاني: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0,+\infty[$ وفق : $f(x)=x+x\ln(1+\frac{1}{x})$

أثبتي أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+1$ مقارب للخط C .

السؤال الثالث :



$ABCDEFGH$ مكعب.

النقطتان I و J هي بالترتيب منتصفات $[EH]$ و $[AB]$

أثبتي أنّ الأشعة $\overrightarrow{AE}$ و $\overrightarrow{IJ}$ و $\overrightarrow{BH}$ مرتبطة خطيّاً .

السؤال الرابع:

في المستوي العقدي $(O;\vec{u},\vec{v})$ لدينا النقاط A و B و C و D التي تمثّلها الأعداد العقدية :

$a=3\sqrt{3}+2i$ و $b=2\sqrt{3}+i$ و $c=4+3i$ و $d=3+4i$. أوجدي قياساً للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{BA})$.

ثانياً : حلي التمارين الأربع الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

لدينا النقاط : $A(7,-3,0)$ و $B(0,4,7)$ و $C(0,0,5)$ و $D(5,5,0)$ و $G(\frac{3}{2},3,5)$

❶ عيّني إحداثيات كلٍّ من النقطتين K و L اللتين تحققان: $\overrightarrow{CK}=0.6\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{BA}=7\overrightarrow{BL}$.

ثمّ أثبتي أنّ النقاط K و G و L تقع على استقامةٍ واحدة .

❷ عند أية قيمة للوسيط m تنتمي النقطة $M(1,m,10)$ إلى المستوي (ACD) ؟

التمرين الثاني :

يرمز $E(x)$ إلى الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x .

❶ ليكن g التابع المعرّف على $]1,+\infty[$ وفق : $g(x)=\frac{E(x)}{x}$. ما نهاية g عند $+\infty$ ؟

❷ ليكن f التابع المعرّف على المجال $[0,2]$ وفق $f(x)=x-E(x)$

اكتبي $f(x)$ بعبارة مستقلة عن $E(x)$ (لا تحوي $E(x)$) . هل f مستمر على المجال $[0,2[$ ؟

يوجد صفحة ثانية يرجى قلب الصفحة

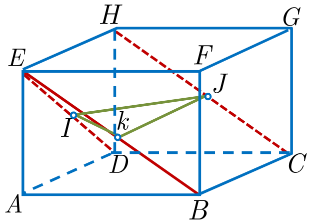
التمرين الثالث :

ليكن f تابعاً معرّفاً على $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ وفق العلاقة : $f(x)=\dfrac{4}{(x-2)^2}$

❶ احسبي $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$. ثمّ عيّني عدداً $\alpha>0$ يحقّق الشرط : إذا كان $x\in]2-\alpha,2+\alpha[\setminus\{2\}$ كان $f(x)>10^4$.

❷ احسبي التابع المشتق للتابع f . واستنتجي مشتق التابع $g:x\mapsto f(\sin x)$.

التمرين الرابع :



$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB=2$ و $AD=AE=1$

فيه النقاط I و J و K منتصفات القطع المستقيمة $[DE]$ و $[HC]$ و $[EB]$ بالترتيب .

لنتخّذ المعلم المتجانس $(D;\overrightarrow{DA},\frac{1}{2}\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DH})$.

أوجدي مركبات كلٍّ من الأشعة $\overrightarrow{IJ}$ و $\overrightarrow{IK}$ ثمّ احسبي الجداء السلمي $\overrightarrow{IJ}\cdot\overrightarrow{IK}$.

ثمّ احسبي الطولين IJ و IK واستنتجي $\cos\widehat{JIK}$.

ثالثاً: حلي المسألتين الآتيتين : (100درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى :

ليكن $P(z)=z^3+(14-i\sqrt{2})z^2+(74-14i\sqrt{2})z-74i\sqrt{2}$

❶ تحقّقي أنّ $i\sqrt{2}$ جذر للمعادلة $P(z)=0$.

❷ a) عيّني العددين الحقيقين a و b حيث $P(z)=(z-i\sqrt{2})(z^2+az+b)$.

b) حلي المعادلة $P(z)=0$.

❸ لتكن النقاط A و B و I التي تمثّلها الأعداد العقدية: $z_A=-7+5i$ و $z_B=-7-5i$ و $z_I=i\sqrt{2}$

a) عيّني العدد العقدي z_C الممثّل للنقطة C صورة النقطة I وفق الدوران الذي مركزه O و زاويته $-\dfrac{\pi}{4}$.

b) بافتراض $z_C=1+i$ عيّني العدد العقدي z_D الممثّل للنقطة D التي تجعل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع .

c) بافتراض $z_D=1+11i$ احسبي النسبة $\dfrac{z_A-z_C}{z_D-z_B}$ وتحقّقي أنّ المستقيمين (AC) و (BD) متعامدان .

واستنتجي عندئذٍ طبيعة الرباعي $ABCD$.

المسألة الثانية:

ليكن f تابعاً معرّفاً على $D_f=]-\infty,-2[\cup]2,+\infty[$ وفق $f(x)=\ln\left(\dfrac{x-2}{x+2}\right)$ خطّه البياني C_f .

❶ أثبتي أنّ التابع f فردي ، واستنتجي الصفة التناظرية لخطه البياني .

❷ احسبي نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واستنتجي كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي للخط C_f .

❸ أثبتي أنّ f متزايدٌ تماماً على كلٍّ من مجالي D_f .

❹ ارسمي C_f . ثمّ استنتجي رسم C_1 الخط البياني للتابع f_1 المعيّن بالعلاقة : $f_1(x)=\ln(x-2)-\ln(x+2)$

.... انتهت الأسئلة..