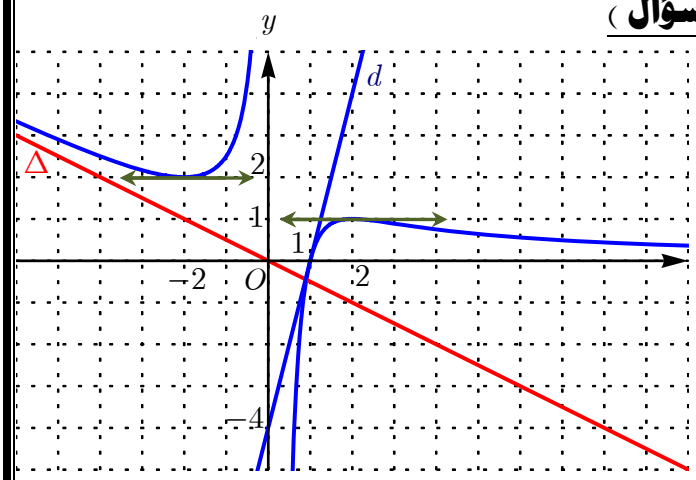
مدارس الأوائل النموذجية الخاصة للبنات

الامتحان النصفي في مادة الرياضيات — الاسم :.....

للصف الثالث الثانوي العلمي (2020-2021) — النموذج : B — الدرجة: 600

أولاً : أجيبي عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}^*$ الذي يقبل مقارب مائل Δ والمستقيم d مماس C في النقطة التي فاصلتها $x=1$ والمرسوم في الشكل المجاور :

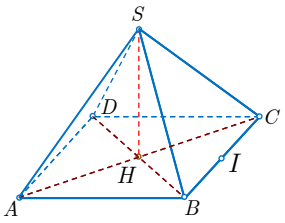
❶ أوجدي نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واستنتجي معادلة كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي للخط C.

❷ أوجدي $f(-2)$ و $f(2)$ و $f(1)$ و $f'(-2)$ و $f'(2)$ و $f'(1)$.

❸ اكتبي معادلة المستقيم Δ ثمّ استنتجي $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$.

❹ عيّني $f(\mathbb{R}^*)$.

السؤال الثاني:



نتأمّل هرماً $S-ABCD$ قاعدته مربّع ورأسه S وطول كل حرف من حروفه وأضلاع قاعدته يساوي a.

والنقطة I منتصف $[BC]$. احسبي كلاً من :

$\overrightarrow{SA}\cdot\overrightarrow{SB}$ و $\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{DB}$ و $\overrightarrow{SA}\cdot\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{HI}\cdot\overrightarrow{SC}$ و $\overrightarrow{SA}\cdot\overrightarrow{SC}$

السؤال الثالث :

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $]0,+\infty[$ وفق : $f(x)=x+1-\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$

أثبتي أنّ المستقيم Δ الذي معادلته : $y=x+1$ مقارب مائل للخط C_f وادرسي وضع C_f بالنسبة إلى Δ .

السؤال الرابع: اكتبي بالشكل الجبري العدد العقدي : $z=(\sin\dfrac{\pi}{7}+i\cos\dfrac{\pi}{7})^7$

ثانياً : حلي التمارين الأربع الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول :

يرمز $E(x)$ إلى الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x .

ليكن f التابع المعرّف على $[0,2[$ وفق العلاقة : $f(x)=x\cdot E(x)-\dfrac{1}{2}E(x)(1+E(x))$

❶ اكتبي $f(x)$ بعبارة مستقلة عن $E(x)$ (لا تحوي $E(x)$) .

❷ بيّني ما إذا كان f مستمراً على المجال $[0,2]$ أم لا ؟ .

التمرين الثاني :

❶ أوجدي عددين عقديين p و q كي تقبل المعادلة $z^2+pz+q=0$ العددين $-1+i$ و $-i$ جذرين لها .

❷ لتكن النقاط A و B و C التي تمثّلها الأعداد العقدية $a=2$ و $b=-1+i$ و $c=-i$ بالترتيب .

أوجدي $\dfrac{b-c}{a-c}$ واستنتجي نوع المثلث ACB، ثمّ عيّني العدد العقدي d الممثّل للنقطة D ليكون الرباعي $ACBD$ مربعاً .

يوجد صفحة ثانية يرجى قلب الصفحة

التمرين الثالث :

ليكن g التابع الاشتقاقي على $I=]-1,1[$ ومشتقه على I هو $g'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

ولنعرّف f التابع المعرّف على $J=]\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}[$ وفق $f(x)=g(\sin x)$. أثبتي أنّ $f'(x)=-1$.

التمرين الرابع:

ليكن العددان العقديان $z_1=-3e^{-i\frac{\pi}{3}}$ و $z_2=2-2i$.

❶ اكتبي كلاً من z_1 و $z_1\cdot z_2$ بالشكل الجبري .

❷ اكتبي كلاً من z_1 و z_2 و $z_1\cdot z_2$ بالشكل الأسي .

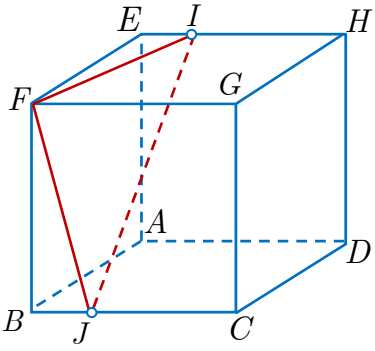
❸ استنتجي قيمة كلٍ من $\cos\dfrac{5\pi}{12}$ و $\sin\dfrac{5\pi}{12}$.

ثالثاً: حلي المسألتين الآتيتين : (100درجةلكل مسألة)

المسألة الأولى:

$ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه يساوي 1 . النقطتان I و J يحقّقان: $3\overrightarrow{EI}=\overrightarrow{EH}$ و $3\overrightarrow{BJ}=\overrightarrow{BC}$.

باختيار معلمٍ متجانس $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$



❶ عيّني إحداثيات رؤوس المكعّب في المعلم المعطى. وإحداثيات النقطتين I و J.

❷ المستقيم المرسوم من النقطة G العمودي على المستوي (FIJ) يقطع المستوي (ABC) في نقطة N إحداثياتها من الشكل $N(x,y,0)$.

أوجدي بدلالة x و y كل من $\overrightarrow{GN}\cdot\overrightarrow{FI}$ و $\overrightarrow{GN}\cdot\overrightarrow{FJ}$ ثمّ استنتجي إحداثيات النقطة N.

❸ أثبتي أنّ النقطة F تنتمي إلى المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[IJ]$.

ثمّ عيّني إحداثيات النقطة M التي تجعل الرباعي $IFJM$ معيّن .

وتحقّقي أنّها تنتمي إلى المستقيم (AD) .

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $I=]0,1[\cup]1,+\infty[$ وفق : $f(x)=\dfrac{x}{\ln x}$

❶ احسبي نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واستنتجي معادلة كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي .

❷ ادرسي تغيّرات التابع f و نظّمي جدولاً به . ودلّي على قيمته الصغرى محلياً .

❸ استنتجي من جدول تغيّرات التابع f أنّ للمعادلة $f(x)=-1$ حل وحيد في I .

❹ ارسمي ما وجدتيه من مقاربات ثمّ ارسمي C واستنتجي رسم الخط C_1 للتابع f_1 المعيّن بالعلاقة : $f_1(x)=\dfrac{x}{|\ln x|}$.

.....انتهت الأسئلة .....