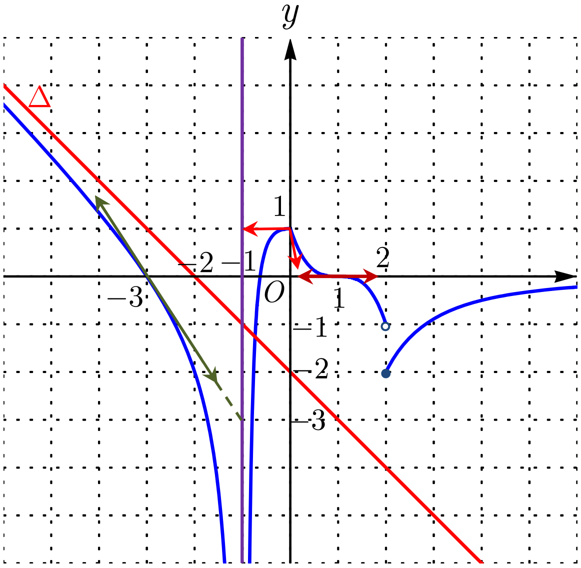
مدارس الأوائل النموذجية الخاصة للبنات

الفحص النصفي في مادة الرياضيات — الاسم :.........

للصف الثالث الثانوي العلمي (2020–2021) — النموذج : A — الدرجة: 600

أولاً : أجيبي عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول : تأمّلي الخط البياني C_f المرسوم في الشكل المجاور لتابع f معرّف على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. Δ مقارب مائل للخط C_f في جوار $-\infty$

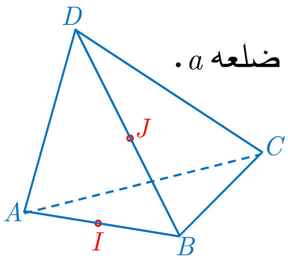
❶ استنتجي نهايات التابع f عند أطراف مجالات مجموعة تعريفه. واستنتجي معادلة كل مستقيم مقارب شاقولي أو أفقي للخط C_f .

❷ اكتبي معادلة المستقيم Δ ثمّ استنتجي $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$.

❸ أوجدي كلاً من $f'(1)$ و $f'(-3)$ و $f(2)$.

❹ هل f اشتقاقي عند الصفر ؟ عللي إجابتك .

❺ هل f اشتقاقي عند $x=2$ ؟ عللي إجابتك .



السؤال الثاني: $ABCD$ رباعي وجوه منتظم(كل وجه فيه مثلث متساوي الأضلاع) طول ضلعه a.

I و J هما، بالترتيب ، منتصفا $[AB]$ و $[BD]$.

❶ احسبي كلاً من : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CI}$ و $\overrightarrow{IJ}\cdot\overrightarrow{DA}$ و $\overrightarrow{AJ}\cdot\overrightarrow{DA}$

❷ أثبتي أنّ المستقيمين (AB) و (CD) متعامدان .

السؤال الثالث : ليكن f التابع المعرّف على $[0,+\infty[$ وفق :

$$f(x)=\begin{cases} x^2\ln\left(\dfrac{x}{x+1}\right) & : x>0 \\ 0 & : x=0 \end{cases}$$

ادرسي قابلية اشتقاق التابع f عند الصفر واكتبي معادلة المماس لخطّه البياني في النقطة التي فاصلتها الصفر .

السؤال الرابع: في المستوي العقدي المزوّد بمعلمٍ متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

❶ أثبتي أنّ $|iz+2-i|=|z-1-2i|$.

❷ ماذا تمثّل مجموعة النقاط $M(z)$ في المستوي التي تحقّق المساواة : $|iz+2-i|=3$ ؟

ثانياً : حلي التمارين الأربع الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{3+\cos x}-2}{x^2} & : x\neq 0 \\ m+1 & : x=0 \end{cases}$$

ما قيمة m التي تجعل f مستمراً على $\mathbb{R}$ ؟

التمرين الثاني : في المستوي العقدي $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقطة M ممثّلة للعدد العقدي z غير المعدوم .

وليكن العدد العقدي $w=\left(\dfrac{z}{|z|}\right)^2$. نفترض $z=x+yi$ و $w=X+Yi$ حيث x و y و X و Y هي أعداد حقيقية .

❶ احسبي X و Y بدلالة العددين x و y .   ❷ عيّني مجموعة النقاط $M(z)$ التي يكون عندها w حقيقياً .

❸ أثبتي أنّه عندما يكون $z=(1+i)^6$ يكون w حقيقياً .

يوجد صفحة ثانية يرجى قلب الصفحة

التمرين الثالث : f تابع اشتقاقي على $]-\infty,6[$ جدول تغيراته هو الآتي :

x	$-\infty$		-2		1		6
$f(x)$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	0 ||

في المقولات الآتية : انقلي المقولة إلى ورقة إجابتك ثمّ بيّني الصحيح من الخطأ معللةً إجابتك .

❒ حلول المتراجحة $f'(x) \geq 0$ هي $]-\infty,1[$.   ❒ للمعادلة $f(x)=0$ حلان على المجال $]-\infty,1[$.

❒ $y=-2$ مماس أفقي للخط البياني للتابع f .   ❒ للمعادلة $f(x)=1$ حل وحيد على المجال $]-2,1[$.

❒ $f([1,6[)=[5,0[$.   ❒ $f([-2,6[)=]0,5]$

التمرين الرابع: ليكن كثير الحدود $P(z)=z^3-3z^2+3z+7$ حيث z عدد عقدي .

❶ احسبي $P(-1)$ ثمّ حلّي المعادلة $P(z)=0$.

❷ لتكن الأعداد العقدية : $z_A=-1$ و $z_B=2+i\sqrt{3}$ و $z_C=2-i\sqrt{3}$ و $z_G=3$

الممثلة للنقاط : A و B و C و G بالترتيب .

$a)$ احسبي الأطوال AB و BC و AC واستنتجي نوع المثلّث ABC .

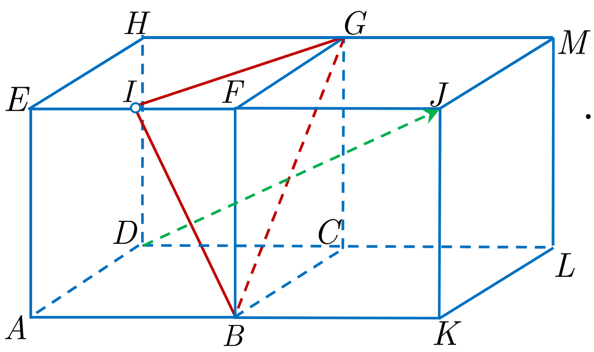
$b)$ عيّني قياساً للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{CG},\overrightarrow{CA})$. ثمّ استنتجي نوع المثلث GAC .

ثالثاً: حلي المسألتين الآتيتين : (100درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: مكعبان طول حرف كل منهما يساوي 1 يشتركان بوجهٍ واحد. كما في الشكل المجاور:

النقطة I منتصف $[EF]$. باختيار معلمٍ متجانس $(D;\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DH})$

❶ عيّني إحداثيات رؤوس المكعّبين في المعلم المعطى . وإحداثيات النقطة I .



❷ ❒ أثبتي أنّ : $\overrightarrow{BI}\cdot\overrightarrow{AJ}=0$ و $\overrightarrow{GI}\cdot\overrightarrow{HJ}=0$

❒استنتجي أنّ $\overrightarrow{BI}\cdot\overrightarrow{AJ}=\boxed{\overrightarrow{BI}\cdot\overrightarrow{DJ}}$ و $\overrightarrow{GI}\cdot\overrightarrow{HJ}=\boxed{\overrightarrow{GI}\cdot\overrightarrow{DJ}}$.

❒ لماذا المستقيم (DJ) عمودي على المستوي (BIJ) ؟

❸ حدّدي موقع النقطة N المحققة للمساواة الشعاعية :

$$2\overrightarrow{ND}-\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NK}=\vec{0}$$

❹ اكتبي معادلةً للكرة التي قطرها $[DJ]$.

المسألة الثانية: ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $]1,+\infty[$ وفق : $f(x)=ax+\dfrac{b}{\ln x}$

أولاً : عيّني العددين الحقيقيين a و b إذا علمتِ أنّ الخط C_f يقطع محور الفواصل في النقطة التي فاصلتها e

والمماس للخط C_f في هذه النقطة يوازي المستقيم $y=2x$.

ثانياً : بفرض $a=1$ و $b=-e$ نحصل على التابع $f(x)=x-\dfrac{e}{\ln x}$.

❶ احسبي $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to1} f(x)$. واكتبي معادلة مستقيمه المقارب الشاقولي .

❷ أثبتي أنّ f متزايد تماماً على $]1,+\infty[$. ثمّ نظّمي جدولاً بتغيّرات التابع f .

❸ أثبتي أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y=x$ مقارب للخط C_f . ثمّ ادرسي وضع C_f بالنسبة إلى Δ .

❹ ارسمي Δ ثمّ C_f. ثمّ استنتجي رسم الخط C_1 للتابع f_1 المعيّن بالعلاقة : $f_1(x)=\dfrac{x\ln x-\ln x-e}{\ln x}$ من الخط C_f .

.... انتهت الأسئلة..