

أولاً : أجبني عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : ليكن f تابعاً معرفاً على $]-\infty, -1] \cup]1, +\infty[$ ، خطّه البياني C جدول تغيراته كما يأتي :

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	-			+	0	+
$f(x)$	2				3	5

1 أوجدي نهايات التابع f عند أطراف D_f المفتوحة ثم اکتبي

معادلة كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي للخط C .

2 هل يقبل C مقارباً مائلاً ؟ عللي إجابتك .

3 عيني نقطة من الخط C حيث يكون المماس عندها أفقياً .

وهل توافق هذه النقطة قيمة حدية محلياً ؟ عللي إجابتك .

4 هل f اشتقاقي عند $x = -1$ ؟ وهل $f(-1)$ قيمة حدية محلياً ؟

السؤال الثاني :

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

اكتبي معادلة الكرة التي مركزها $A(2, 1, -3)$ وتمس المستوي P الذي معادلته : $2x - 3y - z + 5 = 0$

السؤال الثالث :

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على المجال \mathbb{R} وفق : $f(x) = x - 2 + xe^x$

أثبي أن للخط C_f مقارب مائل Δ في جوار $-\infty$ يطلب إيجاد معادلته ثم ادرسي وضع C_f بالنسبة إليه .

السؤال الرابع : اکتبي الحد الذي يحوي x^3 في منشور $(x^2 - \frac{1}{x})^{12}$.

ثانياً : حللي التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول :

في أحد الامتحانات يُطلب من الطالب الإجابة عن ثمانية أسئلة من اثنا عشر سؤالاً .

1 بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة ؟

2 بكم طريقة يمكن الاختيار إذا كانت الأسئلة الأربعة الأولى إجبارية ؟

التمرين الثاني :

ليكن f التابع المعرف على المجال $]-\infty, 1]$ وفق $f(x) = 2\sqrt{1-x} - x$.

1 ادرسي تغيرات f ونظمي جدولاً بها ثم دلي على قيمته الحدية محلياً وحددي نوعها .

2 أثبتني أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلاً وحيداً α يحقق $\alpha \in]0, 1[$.

التمرين الثالث :

نزود المستوي بمعلم متجانس مباشر $(O; \vec{u}, \vec{v})$. نقرن كل نقطة $M(z)$ حيث $z \neq -i$ بالنقطة $M'(z')$ حيث

$$z' = \frac{z-i}{z+i}$$

التمرين الرابع :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

- ① أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ هندسية عتني أساسها . واحسب المجموع $u_1 + u_2 + \dots + u_5$
- ② لتعرف المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ وفق العلاقة $v_n = \ln u_n$ أثبت أن $(v_n)_{n \geq 0}$ حسابية عتني أساسها .

ثالثاً: حل كل من المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى :

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. لدينا النقاط $A(1, -3, 2)$ و $B(3, 2, -2)$ و $C(3, -3, 3)$.

- ① أثبت أن المثلث ABC قائم واحسب مساحته .
- ② أثبت أن الشعاع $\vec{n}(1, -2, -2)$ ناظم على المستوي (ABC) واكتب معادلة ديكرتية للمستوي (ABC) .
- ③ أعط تمثيلاً بسيطاً للمستقيم d المار بالنقطة $D(1, 3, 5)$ والعمودي على المستوي (ABC) .
- ④ أوجد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم d مع المستوي (ABC) .
- ⑤ احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

المسألة الثانية :

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرفة على \mathbb{R} وفق : $f(x) = e^{2x} - 2e^x$

- ① احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واستنتج معادلة مقاربه الأفقي .
- ② ادرسي تغيرات التابع f ونظمي جدولاً بها ودلي على قيمته الحدية محلياً مبيته نوعها .
- ③ أوجد نقطة تقاطع C_f مع محور الفواصل ثم ارسمي C_f .
- ④ استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع f_1 المعين بالعلاقة : $f_1(x) = -e^{-2x} + 2e^{-x}$ من الخط C_f .

..... انتهت الأسئلة