

أولاً: أجبني عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty, 1]$

المرسوم في الشكل المجاور :

① احسبي $f'(0)$ وهل $f(0)$ قيمة حدية محلياً ؟ علي إجابتك .

② أيكون f اشتقاقياً عند $x = 1$ ؟ علي إجابتك .

③ هل $f(1)$ قيمة حدية محلياً ؟

④ احسبي $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$

السؤال الثاني:

المستقيمان L و L' معرفان وسيطياً وفق

$$L': \begin{cases} x = 4 - 5s \\ y = 3 - 2s \\ z = -1 + 2s \end{cases} : s \in \mathbb{R} \quad \text{و} \quad L: \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 - t \\ z = 1 - 2t \end{cases} : t \in \mathbb{R}$$

① أثبتني أنّ L و L' متقاطعان في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها .

② أوجد معادلة المستوي المحدد بالمستقيمين L و L' .

السؤال الثالث: أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين : $\begin{cases} x + y = 1 \\ 3e^x - e^{y+3} - 2e^2 = 0 \end{cases}$

السؤال الرابع:

اجتمع عدد من الأصدقاء في حفل صافح كل منهم الآخر مرة واحدة فقط

إذا علمت أنّ عدد المصافحات 105 احسبي عدد الأصدقاء في هذا الحفل .

ثانياً: حلّي التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: ليكن f التابع المعرف على \mathbb{R} وفق العلاقة : $f(x) = e^{1-\cos x}$

احسبي $f(0)$ و $f'(0)$ ثم استنتجي النهاية الآتية : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{1-\cos x} - 1}{x}$

التمرين الثاني:

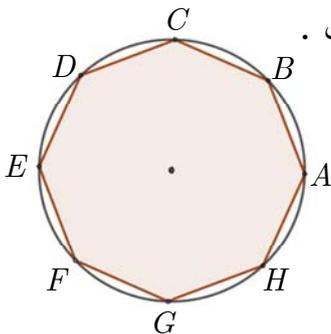
في الشكل المرسوم جانباً لدينا ثمان نقاط : A و B و C و D و E و F و G و H موزعة

على دائرة بحيث تشكّل رؤوس مئّمن منتظم . نصل بين ثلاث نقاط منها لنحصل على مثلث .

① ما عدد المثلثات التي يمكن أن نحصل عليها ؟

② ما عدد أقطار المئّمن ؟

③ ما عدد المثلثات القائمة التي يمكن أن نحصل عليها ؟

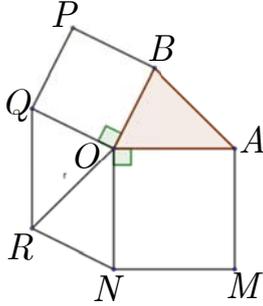


التمرين الثالث : لتكن المتتاليات $(u_n)_{n \geq 0}$ و $(v_n)_{n \geq 0}$ المعرفتين وفق : $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ و $v_n = (2)^n$

① ادرسي اطراد كل من المتتاليتين $(u_n)_{n \geq 0}$ و $(v_n)_{n \geq 0}$

② بيئي أن المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ هندسية واحسبي المجموع : $v_2 + v_3 + \dots + v_9$

التمرين الرابع : نتأمل مثلثاً OAB فيه $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = \alpha$ حيث $\alpha \in]0, \pi[$. ننشئ خارج المثلث المربعين



. $NOQR$ و $OAMN$ و $OBPQ$ متوازي الأضلاع

لنختر معلماً متجانساً مباشراً $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

ولیکن a و b العددين العقديين اللذين يمثلان A و B

① نرمز n إلى العدد العقدي الممثل للنقطة N ،

و q للعدد العقدي الموافق للنقطة Q ، و r الذي يمثل النقطة R .

أثبتي أن $n = -ia$ و $q = ib$ و $r = ib - ia$

② احسبي العدد $\frac{r}{b-a}$ واستنتجي أن المستقيمين (OR) و (AB) متعامدان وأن $OR = AB$

ثالثاً: حلّي كلاً من المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : مكعب $ABCDEFGH$ ، فيه النقاط I و J و K

منتصفات القطع المستقيمة $[AB]$ و $[HD]$ و $[HG]$ بالترتيب .

ولنختر معلماً متجانساً $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

① أعطي إحداثيات رؤوس المكعب . وإحداثيات النقاط I و J و K

② عيّني عددين حقيقيين α و β يحققان : $\overrightarrow{BD} = \alpha \overrightarrow{IJ} + \beta \overrightarrow{IK}$

ثم استنتجي أن المستقيم (BD) يوازي المستوي (IJK)

③ احسبي $\overrightarrow{JI} \cdot \overrightarrow{JK}$ ثم استنتجي أن المثلث IJK قائم واحسبي مساحته .

④ بفرض M منتصف $[IK]$ أثبت أن المستقيم (CM) يعامد المستوي (IJK) ثم احسبي حجم الهرم $CIJK$.

المسألة الثانية : ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]1, +\infty[$ وفق : $f(x) = x + 1 - \frac{3e^x}{e^x - e}$

① أوجدي نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه . واستنتجي معادلة مقاربه الشاقولي .

② أثبتي أن المستقيم d الذي معادلته $y = x - 2$ مقارب للخط C_f .

③ أثبتي أن f متزايد تماماً ثم نظمي جدولاً بتغيرات f . واستنتجي أن للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد α يحقق $\alpha \in]2, 3[$

④ ارسمي كل مستقيم مقارب وجدتيه ثم ارسمي C_f .

انتهت الأسئلة.....