

أولاً : أجبني عن الأسئلة الثلاثة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول :

ليكن f التابع المعرّف على $[-1,6]$ خطه البياني C_f

ويقبل المماس T في النقطة التي فاصلتها 0

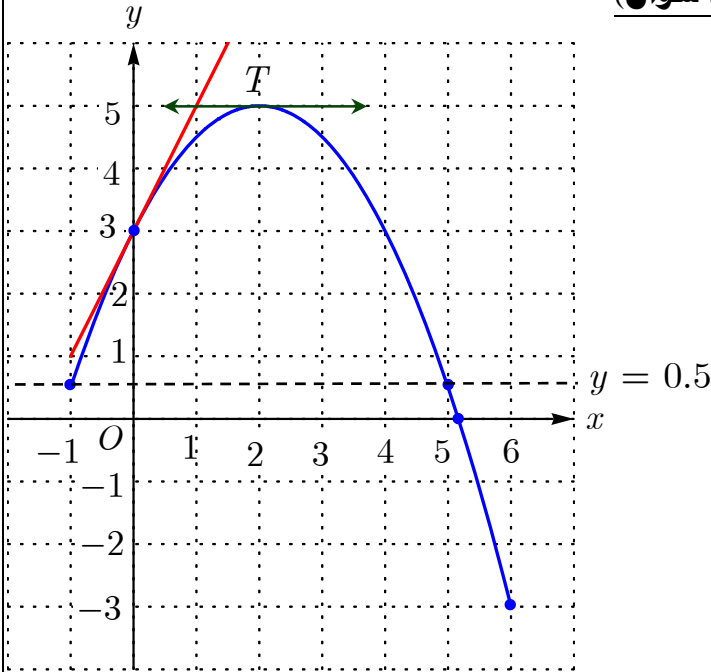
والمرسوم في الشكل المجاور:

① احسبي كلاً من $f(-1)$ و $f(0)$ و $f(2)$ و $f(5)$ و $f(6)$.

② ما حلول المعادلة $f(x) = 0.5$ ؟

③ ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$ ؟

④ احسبي كلاً من $f'(0)$ و $f'(2)$.



السؤال الثاني : في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقطتان $A(1, -3, -2)$ و $B(5, 1, -4)$

أعطي معادلةً للمجموعة ε المكوّنة من النقاط $M(x, y, z)$ التي تحقّق : $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$. وما طبيعة المجموعة ε ؟

السؤال الثالث : حلّي المعادلة الآتية : $e^x - 3e^{-x} = -2$.

ثانياً : حلّي التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة للأول والثاني والثالث و 100 للرابع)

التمرين الأول : في مستوٍ محدث بمعلم متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ليكن العدداً العقديان :

$$z_D = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \text{ و } z_A = \sqrt{3} + i$$

① عيّني العدد العقدي z_B الممثل للنقطة B صورة A وفق الدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$. وحددي نوع المثلث OAB .

② عيّني العدد العقدي z_C الممثل للنقطة C صورة D وفق انسحاب شعاعه $\vec{u}(1 + 0i)$.

③ احسبي $\frac{z_B - z_A}{z_C}$ واستنتجي أنّ المستقيم (OC) محور في المثلث OAB .

التمرين الثاني : ليكن f التابع المعرّف على \mathbb{R} وفق $f(x) = \frac{|x|}{\sqrt{x^2 + 1}}$ خطّه البياني C .

① ادرسي قابلية الاشتقاق للتابع f عند $x = 0$.

② اكتب معادلة نصف المماس من اليسار لخطّه البياني C في النقطة $(0, 0)$.

③ أوجد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه ، هل يقبل خطّه البياني C مقاربات مائلة ؟ عللي إجابتك .

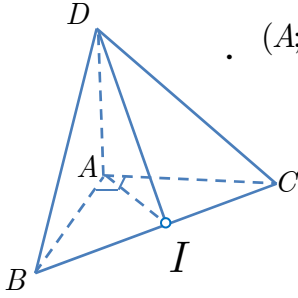
التمرين الثالث : ليكن f التابع المعرف على \mathbb{R} وفق :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{1 - \sqrt{x^2 + 1}} & : x \neq 0 \\ m & : x = 0 \end{cases}$$

ما قيمة m التي تجعل f مستمراً على \mathbb{R} ؟

التمرين الرابع :

$ABCD$ رباعي وجوه فيه ABC مثلث قائم في A و متساوي الساقين حيث $AB = AC = 4$ و $(AD) \perp (ABC)$ و $AD = 6$ والنقطة I منتصف $[BC]$ و النقطة G مركز ثقل المثلث ADI



و M تحقق العلاقة: $\overrightarrow{BM} = -3\overrightarrow{AC}$. ولنختار معلماً متجانساً $(A; \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}, \frac{1}{6}\overrightarrow{AD})$.

- ① أوجدي إحداثيات كلٍ من النقاط D و B و C و I و G و M .
- ② احسبي $\overrightarrow{DI} \cdot \overrightarrow{BC}$ ماذا تستنتجين ؟ ثم احسبي مساحة المثلث DBC .
- ③ بفرض $\overrightarrow{AM} = \alpha\overrightarrow{DG} + \beta\overrightarrow{DC}$ حيث α و β عدنان حقيقيان . احسبي α و β . ثم استنتجي أن المستقيم (AM) يوازي المستوي (DGC) .

ثالثاً: حلّي كلاً من المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى :

في المستوي العقدي $(O; \vec{u}, \vec{v})$ لتكن النقاط A و B و C التي تمثلها الأعداد العقدية:

$$z_C = 2 \text{ و } z_B = -1 - i\sqrt{3} \text{ و } z_A = -1 + i\sqrt{3}$$

- ① أثبتني أن $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = e^{i\frac{\pi}{3}}$ واستنتجي نوع المثلث ABC .
- ② عيّني مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث ABC واحسبي نصف قطرها .
- ③ لتكن مجموعة النقاط Γ التي تمثل النقطة $M(z)$ المحققة للمساواة : $2(z + \bar{z}) + z \cdot \bar{z} = 0$ بيّني أن Γ تمثل دائرة عيّني مركزها واحسبي نصف قطرها . وتحققي أن A و B تنتميان إلى Γ .

المسألة الثانية :

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $I =]1, +\infty[$ وفق : $f(x) = x - \frac{1}{x \ln x}$

- ① احسبي $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ واستنتجي معادلة مقاربه الشاقولي .
- ② احسبي $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم أثبتني أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x$ مقارب للخط C_f ، ثم ادرسي وضع C_f بالنسبة إلى Δ .
- ③ احسبي $f'(x)$ واستنتجي أن f متزايدة تماماً على المجال I ثم نظّمي جدولاً بتغيّرات التابع f .
- ④ أثبتني أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلاً وحيداً λ يحقّق أن $\lambda \in]1, 2[$.
- ⑤ ارسمي C_f .

.....انتهت الأسئلة.....