أولاً : أجيبي عن الأسئلة الثلاثة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}^*$ وفق العلاقة: $f(x) = -x + a - \frac{4}{x}$ $(a \in \mathbb{R})$. جدول تغيراته الآتي :

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$			3		$\|\|$ $-\infty$				$-\infty$

❶ احسبي كلاً من : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ و $\lim_{x\to 0^-} f(x)$.

❷ بملاحظة $f(-2) = 3$ عيّني قيمة a . ثمّ أكملي جدول التغيّرات السابق.

❸ قارني بين $f(2)$ و $f(3)$.

❹ بافتراض $a = -1$ نحصل على التابع $f(x) = -x - 1 - \frac{4}{x}$.

أثبتي أنّ لخطّه البياني C مقارب مائل Δ يطلب كتابة معادلته. وادرسي الوضع النسبي للخط C بالنسبة إلى Δ .

السؤال الثاني :

في معلمٍ متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقاط : $A(-2,0,1)$ و $B(1,2,-1)$ و $C(-2,2,2)$

❶ أوجدي مركبات كلاً من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ثمّ احسبي $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

❷ احسبي كلاً من $\|\overrightarrow{AB}\|$ و $\|\overrightarrow{AC}\|$ واستنتجي $\cos(\widehat{BAC})$.

السؤال الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0,+\infty[$ وفق : $f(x) = x + x\ln(1+\frac{1}{x})$

أثبت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y = x+1$ مقارب للخط C .

ثانياً : حلي التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل من الأول و الثاني و الثالث و100للرابع)

التمرين الأول : في مستوٍ محدث بمعلمٍ متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ لتكن الأعداد العقدية :

$z_A = 1+i$ و $z_B = -1+i$ و $z_C = -1-i$ الممثّلة للنقاط A و B و C بالترتيب .

❶ ليكن العدد العقدي $z_E = -1+\sqrt{3}$ الممثّل للنقطة E . أثبتي أنّ $\frac{z_B - z_C}{z_E - z_C} = e^{i\frac{\pi}{3}}$ واستنتجي نوع المثلث BCE .

❷ ليكن العدد العقدي $z_F = -i(1+\sqrt{3})$ الممثّل للنقطة F.

حدّدي قياساً للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AE})$. واستنتجي أنّ النقاط A و F و E تقع على استقامةٍ واحدة .

التمرين الثاني : ليكن f التابع المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = \frac{x^2 + |x|}{x^2+1}$.

❶ ما نهاية f عند $-\infty$؟

❷ ادرسي قابلية اشتقاق التابع f عند الصفر.

ثمّ اكتبي معادلة نصف المماس من اليمين للخط البياني للتابع f في النقطة $(0,0)$.

يوجد صفحة ثانية يرجى قلب الصفحة

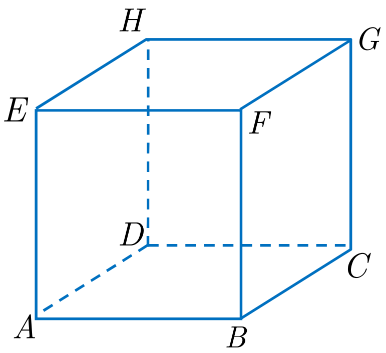
التمرين الثالث : ليكن f التابع المعرّف على $I =]0, +\infty[$ وفق العلاقة : $f(x) = 2\sqrt{x} + \frac{1}{x} - 3$

❶ ادرسي تغيّرات التابع f ونظّمي جدولاً بها . ودلّي على قيمته الحدّية محلياً مبيّنةً نوعها .

❷ استنتجي أنّ للمعادلة $f(x) = 1$ حلين مختلفين .

التمرين الرابع : $ABCDEFGH$ مكعّب طول حرفه 1

ولنختر معلماً متجانساً $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.



❶ أعطي إحداثيات رؤوس المكعب .

ثمّ أوجدي إحداثيات النقطة I مركز ثقل المثلث EDB .

❷ بفرض K المسقط القائم للنقطة I على المستوي (ABC) .

وبفرض J المسقط القائم للنقطة K على (AB) .

احسبي البعد بين النقطتين J و I .

❸ أوجدي معادلةً للكرة التي قطرها $[BH]$.

❹ اكتبي معادلة الأسطوانة المولّدة من دوران الضلع $[CG]$ من المستطيل $ACGE$ حول المستقيم (AE)

ثالثاً: حلي كلاً من المسألتين الآتيتين : (**100 درجة لكل مسألة**)

المسألة الأولى: ليكن $P(z) = z^3 + (14 - i\sqrt{2})z^2 + (74 - 14i\sqrt{2})z - 74i\sqrt{2}$

❶ تحقّقي أنّ $i\sqrt{2}$ جذر للمعادلة $P(z) = 0$.

❷ a) عيّني العددين الحقيقين a و b حيث $P(z) = (z - i\sqrt{2})(z^2 + az + b)$.

b) حلّي المعادلة $P(z) = 0$.

❸ لتكن النقاط A و B و I التي تمثّلها الأعداد العقدية: $z_A = -7 + 5i$ و $z_B = -7 - 5i$ و $z_I = i\sqrt{2}$

a) عيّني العدد العقدي z_C الممثّل للنقطة C صورة النقطة I وفق الدوران الذي مركزه O و زاويته $-\frac{\pi}{4}$.

b) بافتراض $z_C = 1 + i$ عيّني العدد العقدي z_D الممثّل للنقطة D التي تجعل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع .

c) بافتراض $z_D = 1 + 11i$ احسب النسبة $\frac{z_A - z_C}{z_D - z_B}$ وتحقّقي أنّ المستقيمين (AC) و (BD) متعامدان .

واستنتجي عندئذٍ نوع الرباعي $ABCD$.

المسألة الثانية : ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $]0, +\infty[$ وفق : $f(x) = x^2(1 - \ln x)$

❶ ادرسي تغيّرات f ونظّمي جدولاً بها .

❷ اكتبي معادلة للمماس للخط C_f في نقطة تقاطعه مع محور الفواصل .

❸ ارسمي C_f .

❹ استنتجي رسم الخط البياني C_1 للتابع f_1 المعيّن بالعلاقة: $f_1(x) = x^2(\ln(-x) - 1)$ من C_f .

.... **انتهت الأسئلة**..