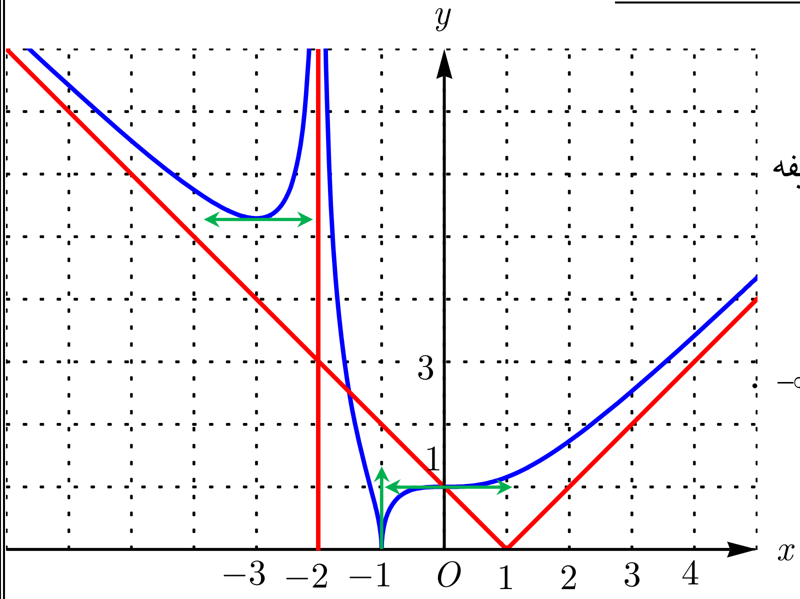
أولاً : أجيبي عن الأسئلة الثلاثة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : ليكن f تابعٌ المعرّف على $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ خطّه البياني C والمرسوم في الشكل المجاور :



❶ أوجدي نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتبي معادلة المستقيم المقارب الشاقولي لخطّه C.

❷ احسبي $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$.

❸ أوجدي معادلة المقارب المائل للخط C في جوار $-\infty$

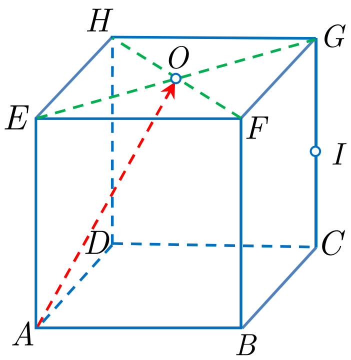
❹ هل f اشتقاقي عند $x=-1$ ؟ علّلي إجابتك .

❺ احسبي كلاً من $f'(0)$ و $f'(-3)$.

السؤال الثاني: ليكن f التابع المعرّف على $[0,\frac{\pi}{2}]$ وفق : $f(x)=x\sqrt{x(\frac{\pi}{2}-x)}+\sin x$

ادرسي قابلية اشتقاق التابع f عند $x=0$.

السؤال الثالث : $ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه يساوي 4 .



❶ احسبي $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{CG}$.

❷ احسبي $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{GI}$.

❸ بملاحظة أنّ : $\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EO}$ و $\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{GC}$

احسبي $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{EC}$. ماذا تستنتجين ؟

ثانياً : حلي التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل من الأول والثاني والثالث و 100 للرابع)

التمرين الأول : لتكن النقطتان $G(2+3i)$ و $H(1+(2+\sqrt{2})i)$

❶ أوجدي العدد العقدي الممثّل للنقطة M صورة النقطة G وفق التناظر المحوري الذي محوره (Ox) .

❷ ليكن $\mathcal{R}$ الدوران الذي مركزه $\Omega(1+2i)$ ويحقّق $\mathcal{R}(G)=H$ احسبي قياس الزاوية $(\overrightarrow{\Omega G},\overrightarrow{\Omega H})$ واستنتجي الصيغة العقدية للدوران $\mathcal{R}$.

التمرين الثاني: يرمز $E(x)$ إلى الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x .

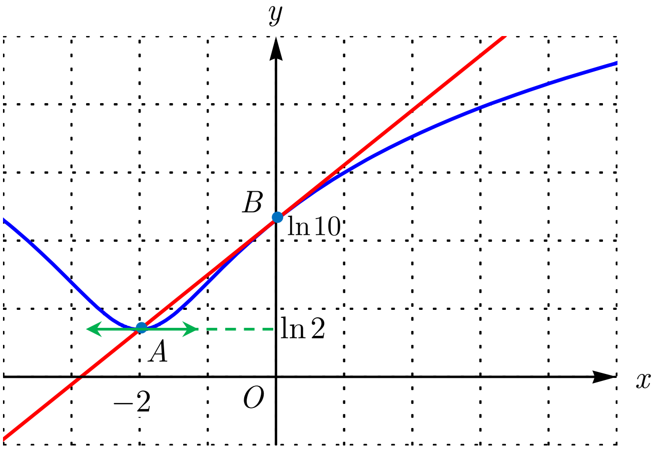
ليكن f التابع المعرّف على $[0,2]$ وفق العلاقة : $f(x)=x\cdot E(x)+(x-E(x))^3$

❶ اكتبي $f(x)$ بعبارة مستقلة عن $E(x)$ (لا تحوي $E(x)$) .

❷ بيّني ما إذا كان f مستمراً على المجال $[0,2]$ أم لا ؟

يوجد صفحة ثانية يرجى قلب الصفحة

التمرين الثالث : ليكن f التابع المعيّن بالعلاقة : $f(x)=\ln(ax^2+bx+c)$ حيث a و b و c ثوابت حقيقية



وخطّه البياني C المرسوم في الشكل المجاور :

يمر بالنقطتين $A(-2,\ln 2)$ و $B(0,\ln 10)$.

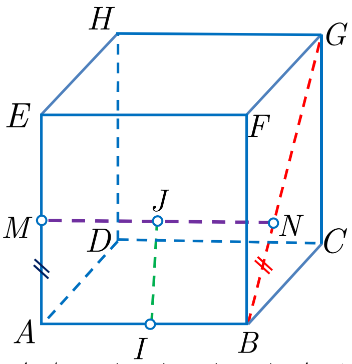
المستقيم (AB) هو مماس للخط C في النقطة B

والخط C يقبل مماساً أفقياً في النقطة A

❶ اكتبي معادلتي مماسي الخط C في النقطتين A و B .

❷ استفيدي من المعطيات المدوّنة على الشكل في تعيين a و b و c ثمّ اكتبي عبارة $f(x)$.

التمرين الرابع :



$ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه 2. لنتخذ معلماً $(A;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$

❶ أعطي إحداثيات رؤوس المكعب في المعلم المعطى .

❷ M نقطة من $[AE]$ و N نقطة من $[BG]$ حيث $AM=BN=1$

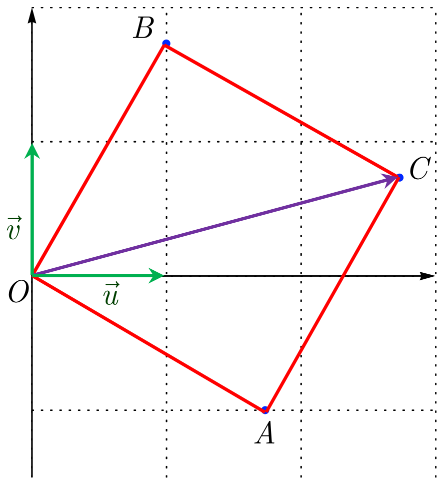
تحقّق أنّ : $BG=2\sqrt{2}\,BN$ ثمّ أوجدي إحداثيات كل من M و N .

❸ I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[MN]$. أوجدي إحداثيات كلٍّ من I و J .

ثمّ أثبتي أنّ المستقيم (IJ) يعامد كلاً من المستقيمين (MN) و (AB) . هل المستقيمان (MN) و (AB) متوازيان ؟

ثالثاً: حلي كلاً من المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : في المستوي العقدي $(O;\vec{u},\vec{v})$. لدينا النقاط A و B و C التي تمثّلها الأعداد العقدية :



$z_A=\sqrt{3}-i$ و $z_B=1+i\sqrt{3}$ و $z_C=z_A+z_B=(\sqrt{3}+1)+i(\sqrt{3}-1)$

❶ اكتبي بالشكل الأسي كلاً من العددين z_A و z_B .

❷ احسبي $\frac{z_B}{z_A}$ ثمّ استنتجي نوع المثلّث OAB . وتحقّق أنّ $OACB$ مربّع .

❸ a) بملاحظة أنّ : $(\vec{u},\overrightarrow{OA})+(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC})=(\vec{u},\overrightarrow{OC})$

استنتجي أنّ $(\vec{u},\overrightarrow{OC})=\frac{\pi}{12}$.

b) احسبي $|z_C|$ ثمّ اكتبي العدد العقدي z_C بالشكل الأسي .

c) استنتجي قيمة $\sin\frac{\pi}{12}$ و $\cos\frac{\pi}{12}$.

المسألة الثانية : ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$ وفق : $f(x)=\ln(\frac{x+1}{x-1})$

❶ احسبي نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واستنتجي معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي لخطّه البياني C_f .

❷ أثبتي أنّ f تابعٌ فردي واستنتجي الصفة التناظرية لخطّه البياني .

❸ ادرسي تغيّرات f ونظّمي جدولاً بها ثمّ ارسمي C_f .

❹ لنعرّف التابع $g:x\mapsto xf(x)$. أثبتي أنّ $f(x)=g'(x)+\frac{2x}{x^2-1}$.

.. انتهت الأسئلة ....