مدارس الأوائل النموذجية الخاصة للبنات

مذاكرة الفصل الثاني في مادة الرياضيات

للصف الثالث الثانوي العلمي (2018-2019)

الاسم :.........

(نموذج C)

الدرجة: 600

أولاً : أجيبي عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : ليكن f التابع المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق العلاقة : $f(x)=(ax^2+bx+c)\cdot e^{-x}$

حيث a و b و c هي ثوابت حقيقية . جدول تغيّراته غير المكتمل هو الآتي :

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$			0		0		
$f(x)$		$\searrow$	1	$\nearrow$		$\searrow$	

❶ بالاستفادة من جدول التغيرات السابق عيّني a و b و c .

❷ بفرض $a=b=c=1$ نحصل على التابع : $f(x)=(x^2+x+1)\cdot e^{-x}$. أكملي جدول التغيرات السابق .

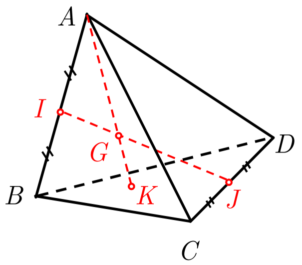
السؤال الثاني :

أوجدي قيم n التي تحقّق المعادلة الآتية : $\binom{n+7}{n+5}=5P^1_{n+4}$.

السؤال الثالث : أثبتي بالتدريج صحة الخاصة الآتية : « $\frac{1}{n!}\le\frac{1}{2^{n-1}}$ » أياً كان العدد الطبيعي $n\ge 1$.

السؤال الرابع : $ABCD$ رباعي وجوه منتظم(كل وجه فيه مثلث متساوي الأضلاع) طول ضلعه a .

I و J هما، بالترتيب ، منتصفا $[AB]$ و $[CD]$ و G مركز ثقل رباعي الوجوه .



❶ أثبتي أنّ النقطة G تحقق $\overrightarrow{AG}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AK}$ حيث K مركز ثقل المثلث BCD.

❷ أثبتي أنّ النقاط I و J و G تقع على استقامةٍ واحدة .

❸ أثبتي أنّ المستقيمين (AB) و (CD) متعامدان .

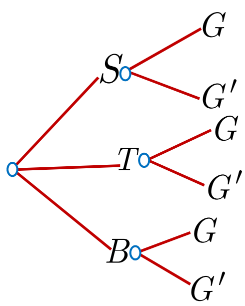
ثانياً : حلي التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول : في نادٍ 20 سبّاحاً (S) و 6 يلعبون كرة الطاولة (T) و 24 يلعبون كرة السلة (B) .

يمارس كل رياضي منهم لعبة واحدة فقط .

نسبة الفتيات (G) اللاتي تمارسن السباحة 30% و نسبة الذكور (G') الذين يلعبون كرة السلة 60%

نسبة الفتيات اللاتي يلعبون كرة الطاولة 50% . نختار عشوائياً أحد أعضاء النادي .



❶ ما احتمال أن تكون فتاة وتلعب كرة السلة ؟

❷ ما احتمال أن تكون فتاة ؟

❸ اخترنا عشوائياً رجلاً من أعضاء النادي . ما احتمال أن يكون سباحاً ؟

التمرين الثاني :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $[0,+\infty[$ وفق : $f(x)=x\cdot e^{\sqrt{x}}$.

❶ ادرسي قابلية اشتقاق التابع f عند $x=0$. ثمّ اكتبي معادلة المماس d للخط C في نقطةٍ منه فاصلتها $x=0$.

❷ ادرسي وضع C بالنسبة إلى d .

يوجد صفحة ثانية يرجى قلب الصفحة

التمرين الثالث : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرّفة بالعلاقة التدريجية : $u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = \frac{u_n}{2-u_n}$

❶ أثبتي أنّ التابع $f : x \mapsto \frac{x}{2-x}$ متزايد تماماً على المجال $[0,1]$. ثمّ أثبتي بالتدريج أنّ $0 < u_n < 1$ أياً تكن $n \in \mathbb{N}$.

❷ تحققي أنّ $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(u_n - 1)}{2-u_n}$ ثمّ استنتجي أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متناقصة تماماً .

❸ لنعّرف المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ وفق العلاقة : $v_n = \frac{1}{u_n} - 1$ أثبتي أنّ $(v_n)_{n\geq0}$ هندسية عيّني أساسها وحدّها الأول

ثمّ عبّري عن v_n بدلالة n ثم استنتجي عبارة u_n بدلالة n . واحسبي $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الرابع : صندوق يحوي 10 كرات . فيها 7 بيضاء و 2 حمراء و 1 سوداء .

نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات على التتالي مع إعادة الكرة المسحوبة في كل مرّة .

❶ ما عدد النتائج المختلفة التي تحتوي على كرتين اثنتين فقط من اللون نفسه ؟

❷ إذا علمتِ أنّ كرة سوداء على الأقل قد ظهرت بين الكرات المسحوبة . ما احتمال ظهور كرة حمراء واحدة فقط ؟

ثالثاً: حلي كلاً من المسألتين الآتيتين : (**100 درجة لكل مسألة**)

المسألة الأولى : في معلمٍ متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط : $A(-2,0,1)$ و $B(1,2,-1)$ و $C(-2,2,2)$

❶ a. احسبي $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ واحسبي $\|\overrightarrow{AB}\|$ و $\|\overrightarrow{AC}\|$ و استنتجي $\cos\widehat{BAC}$.

b. استنتجي أنّ النقاط A و B و C لا تقع على استقامةٍ واحدة .

❷ أثبتي أنّ معادلة المستوي (ABC) هي: $2x - y + 2z + 2 = 0$.

❸ ليكن المستويان : $\begin{cases} \mathcal{P}_1 : x + y - 3z + 3 = 0 \\ \mathcal{P}_2 : x - 2y + 6z = 0 \end{cases}$

أثبتي أنّ المستقيم d الذي يقبل تمثيلاً وسيطياً : $t \in \mathbb{R}$, $\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 + 3t \\ z = t \end{cases}$ هو الفصل المشترك للمستويين $\mathcal{P}_1$ و $\mathcal{P}_2$.

❹ أثبتي أن المستقيم d يقطع المستوي (ABC) ثمّ عيّني نقطة تقاطعهما .

❺ اكتبي معادلةً للكرة S التي مركزها $\Omega(1,-3,1)$ ونصف قطرها 3. ثمّ أثبتي أنّ المستوي (ABC) مماس للكرة S .

المسألة الثانية :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \ln(e^x + e^{-x})$.

❶ أثبتي أنّ f تابعٌ زوجي ، واستنتجي الصفة التناظرية لخطّه البياني .

❷ أثبتي أنّ $f(x)$ يكتب بالشكل : $f(x) = x + \ln(1 + e^{-2x})$.

ثمّ تحققي أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y = x$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$.

❸ ادرسي تغيرات التابع f على المجال $[0,+\infty[$. ونظّمي جدولاً به . ثمّ ارسمي C على $\mathbb{R}$.

❹ عيّن التابع الأصلي للتابع $g : x \mapsto \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ الذي يمر بالنقطة $(\ln 2, 0)$.

....انتهت الأسئلة...