

**أولاً: أجبني عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)**

**السؤال الأول:** ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  جدول تغيراته هو الآتي :

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$3$	$+\infty$						
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$  $	$-$	$0$	$+$			
$f(x)$	$2$	$\nearrow$	$3$	$\searrow$	$-\infty$	$  $	$+\infty$	$\searrow$	$1$	$\nearrow$	$2$

① ارسمي  $C$  مع العلم أن  $f(0) = 2$

② في الجدول الآتي :

اكتبي رقم السؤال ثم اختاري الإجابة الصحيحة المقترحة الوحيدة له .

رقم السؤال	السؤال	الإجابات المقترحة			
		$d$	$c$	$b$	$a$
1	مجموعة تعريف التابع $f$ هي	$]-\infty, -1[ \cup ]3, +\infty[$	$]1, +\infty[$	$] - \infty, 1[ \cup ]1, +\infty[$	$\mathbb{R}$
2	عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$ هو	0	3	1	2
3	عدد المستقيمات المقاربة لخط $C$ هو	3	0	1	2
4	عدد حلول المعادلة $f(x) = 2$ هو	1	2	3	0
5	معادلة المماس للخط $C$ في النقطة $A(-1, 3)$ هي	$y = 3x - 1$	$x = -1$	$y = -x + 3$	$y = 3$

**السؤال الثاني :**

ليكن العدد العقدي:  $z = \frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}$  أثبتني أن  $z^{30}$  تخيلي بحت .

**السؤال الثالث :**

لتكن النقاط :  $A(-3, 2, 1)$  و  $B(-1, 3, -7)$  و  $C(-2, 8, 4)$  و  $D(-2, -14, -24)$   
أثبتني أن النقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  تقع في مستوٍ واحد .

**السؤال الرابع:**

حلّي المعادلة الآتية :  $\ln(2x+1)^2 = \ln x^2$

**ثانياً : حلّي التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل تمرين)**

**التمرين الأول :** ليكن العددان العقديان  $z_1 = -3e^{-\frac{i\pi}{3}}$  و  $z_2 = 2-2i$  .

① اكتبني كلاً من  $z_1$  و  $z_2$  بالشكل الجبري .

② اكتبني كلاً من  $z_1$  و  $z_2$  بالشكل الأسّي .

③ استنتجي قيمة كلٍ من  $\cos \frac{5\pi}{12}$  و  $\sin \frac{5\pi}{12}$  .

**التمرين الثاني :** ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرّف على  $\mathbb{R}^*$  وفق :  $f(x) = \frac{x^2 - 2 + \sin x}{x}$

أثبتني أن للخط  $C$  مقارب مائل  $\Delta$  في جوار  $+\infty$  . اكتبني معادلته . ثم ادرسي وضع  $C$  بالنسبة إلى  $\Delta$  .



### التمرين الثالث :

لتكن المعادلة :  $(E) z^3 - 13z^2 + 59z - 87 = 0$

① تحققي أن  $z = 3$  حل للمعادلة  $(E)$  . ثم حلّي المعادلة  $(E)$  .

② لتكن النقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  الممثلة للأعداد العقدية :  $z_A = 3$  و  $z_B = 5 - 2i$  و  $z_C = 5 + 2i$

أثبتي أن المثلث  $ABC$  قائم ومتساوي الساقين .

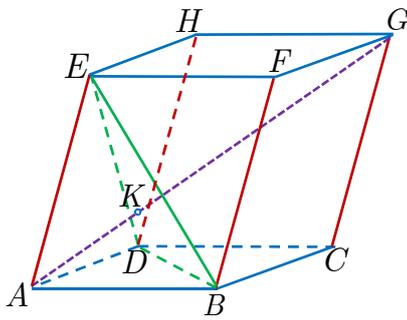
**التمرين الرابع :** ليكن  $f$  تابعاً معرفاً على  $\mathbb{R}$  وفق العلاقة :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{\sqrt{1 + x^2} - 1}, & x \neq 0 \\ m, & x = 0 \end{cases}$$

عيني قيمة  $m$  التي تجعل  $f$  مستمراً على  $\mathbb{R}$  .

**ثالثاً: حلّي كلاً من المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)**

#### المسألة الأولى :



$\overrightarrow{BK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BE}$  . فيه نقطة تحقّق متوازي سطوح  $ABCDEFHG$

① برهني أن :  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AK}$

② اكتبي  $\overrightarrow{AG}$  بدلالة  $\overrightarrow{AB}$  و  $\overrightarrow{AD}$  و  $\overrightarrow{AE}$

③ استنتجي أن النقاط  $A$  و  $K$  و  $G$  تقع على استقامة واحدة .

④ أثبتي أن الأشعة  $\overrightarrow{AK}$  و  $\overrightarrow{EG}$  و  $\overrightarrow{HD}$  مرتبطة خطياً .

**المسألة الثانية :** ليكن  $C_f$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على المجال  $]5, +\infty[$  وفق :  $f(x) = x + \ln\left(\frac{x-5}{2x-1}\right)$

① احسبي  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ، واستنتجي معادلة كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي لخطّه البياني  $C_f$  .

② أثبتي أن المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = x - \ln 2$  مقارب للخط  $C_f$  ثم ادرس وضع  $C_f$  بالنسبة إلى  $\Delta$  .

③ ادرسي تغيّرات  $f$  ونظّمي جدولاً بها .

④ ارسمي  $C_f$  .

.....انتهت الأسئلة.....