

**أولاً: أجبني عن الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)**

**السؤال الأول:** ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  جدول تغيراته هو الآتي:

$x$	$-\infty$	$-2$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$0$	$\searrow$
			$-2$	$\nearrow$
				$0$

① ما نهاية التابع  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفه؟

ثم استنتجي معادلة مستقيم مقاربه أفقي لخطه البياني.

② ما مجموعة حلول المتراجحة  $f(x) < 0$ ؟

③ احسبي  $f(2)$  و  $f'(2)$ .

④ عيني  $f([-2, 2])$ .

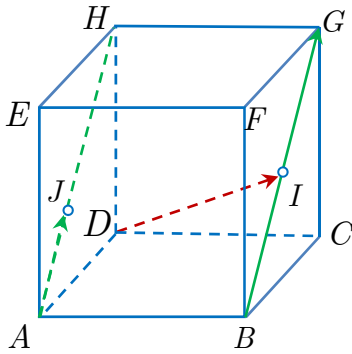
⑤ احسبي  $\lim_{x \rightarrow 2} f(f(x))$ .

**السؤال الثاني:**

اكتبي العدد  $z = (1 + i\sqrt{3})^4 (\sqrt{3} + i)^5$  بالشكل الجبري.

**السؤال الثالث:**

مكعب  $ABCDEFGH$ .



النقطة  $I$  منتصف  $[BG]$  والنقطة  $J$  تحقق  $\overline{AJ} = \frac{1}{3} \overline{AH}$ .

لنختر معلماً  $(A; \overline{AB}, \overline{AD}, \overline{AE})$ . أثبتي أن الأشعة  $\overline{DI}$  و  $\overline{AF}$  و  $\overline{AJ}$  مرتبطة خطياً.

**السؤال الرابع:**

حلّي المعادلة الآتية:  $\ln(4x - 1) - \ln 4 = \ln(x^2 - 1)$ .

**السؤال الخامس:**

ليكن  $z$  عدداً عقدياً ما، وليكن  $w$  عدداً عقدياً طويلته تساوي 1 وهو مختلف عن 1.

أثبتي أن  $\frac{w\bar{z} - z}{iw - i}$  تخيلي بحت.

**ثانياً: حلّي التمارين الثلاثة الآتية: (60 درجة لكل من الأول والثاني و 80 للثالث)**

**التمرين الأول:** ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق العلاقة:  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 7}$ .

① احسبي  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

② اكتبي  $x^2 - 4x + 7$  بالصيغة القانونية (متممة إلى مربع كامل).

③ استنتجي وجود مقارب مائل  $\Delta$  للخط  $C$  للتابع  $f$  في جوار  $+\infty$ . اكتبي معادلته. ثم ادرسي وضع  $C$  بالنسبة إليه.

**التمرين الثاني:**

أولاً:  $f$  تابع يحقق المتراجحة:  $|f(x) + 2| \leq \frac{E(x)}{x^2}$  أيأ تكن  $x$  من  $]0, +\infty[$ . ما نهاية  $f$  عند  $+\infty$ ؟

ثانياً: احسبي  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin \frac{1}{x}$ .

### التمرين الثالث :

ليكن كثير الحدود  $P(z) = z^3 - 2(\sqrt{3} + i)z^2 + 4(1 + i\sqrt{3})z - 8i$

① تحققي أن  $2i$  جذر للمعادلة  $P(z) = 0$ .

② عيني العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  حيث :  $P(z) = (z - 2i)(z^2 + az + b)$

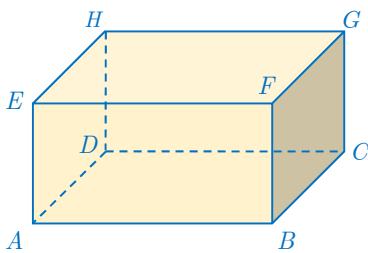
③ حلّي المعادلة  $P(z) = 0$ .

④ وّضعي النقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  الممثلة للأعداد العقدية :  $z_A = \sqrt{3} - i$  و  $z_B = \sqrt{3} + i$  و  $z_C = 2i$  في مستوٍ

ثمّ أثبتي أنّ الرباعي  $OABC$  معيّن .

### ثالثاً: حلّي كلّاً من المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

**المسألة الأولى :** متوازي مستطيلات أبعاده :  $AE = 3$  و  $AD = 2$  و  $AB = 4$



لنختار المعلم المتجانس  $(A; \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AE})$ .

① عيني إحداثيات النقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  و  $E$  و  $F$  و  $G$  و  $H$ .

② عيني نقطة من المستقيم  $(AB)$  متساوية البعد عن طرفي القطعة  $[HB]$ .

③ أوجدي إحداثيات النقطة  $I$  مركز ثقل المثلث  $EBG$ ,

ثمّ بيني أتّع النقاط  $F$  و  $D$  و  $I$  على استقامة واحدة؟

④ اكتب معادلة الكرة التي مركزها  $F$  وتمر بالنقطة  $D$ .

**المسألة الثانية :** ليكن  $C_f$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرّف على المجال  $]0, +\infty[$  وفق :  $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$

① احسبي  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، واستنتجي معادلة كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي لخطّ البياني  $C_f$ .

② ادرسي تغيّرات  $f$  ونظّمي جدولاً بها .

③ اكتب معادلة للمماس  $d$  للخط  $C_f$  في نقطة تقاطعه مع محور الفواصل .

④ ارسمي  $C_f$ .

.....انتهت الأسئلة.....