أولاً : أجيبي عن الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ جدول تغيراته هو الآتي :

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-1	$\searrow$	$-5\ \|\|\ +\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	10

❶ ما نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه ؟

ثمّ استنتجي معادلة كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي لخطّه البياني.

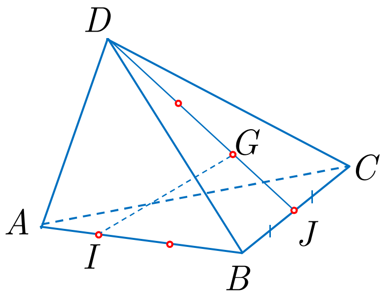
❷ هل يوجد مستقيم مقارب مائل لخطّه البياني C ؟ عللي إجابتك.

❸ استنتجي مجموعة حلول المتراجحة $f(x) > 2$.

❹ قارني بين $f(-3)$ و $f(-2)$.

السؤال الثاني: في المستوي العقدي $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقطة $M(z)$ ممثّلة للعدد العقدي $z \neq i$.

وليكن العدد العقدي $w = \dfrac{z+i}{\bar{z}+i}$. عيّني مجموعة النقاط $M(z)$ التي يكون عندها w حقيقياً .



السؤال الثالث : $ABCD$ رباعي وجوه . النقطة J منتصف $[BC]$

و I و G نقطتين تحقّقان : $3\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB}$ و $3\overrightarrow{JG} = \overrightarrow{JD}$.

لنختر معلماً $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD})$.

أثبتي أنّ الأشعة $\overrightarrow{IG}$ و $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AD}$ مرتبطة خطياً

ثمّ استنتجي أنّ المستقيم (IG) يوازي المستوي (ACD) .

السؤال الرابع:

❶ أوجدي الحل المشترك لجملة المعادلتين : $\begin{cases} x^2+y^2=2 \\ \ln x+\ln y=0 \end{cases}$.

❷ ارسمي في معلمٍ متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ مجموعة النقاط $M(x,y)$ التي تحقّق الشرط : $\ln x+\ln y=0$.

ثمّ ارسمي في نفس المعلم مجموعة نقاط الدائرة التي معادلتها : $x^2+y^2=2$.

السؤال الخامس: ليكن العدد العقدي $z=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$

❶ اكتبي z بالشكل الأسي ثمّ أثبتي أنّ $z+z^{2020}=0$.

❷ برهني أنّ : $\dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{z^2}+\dfrac{1}{z^3}+\dfrac{1}{z^4}+\dfrac{1}{z^5}=-1$.

ثانياً : حلي التمارين الثلاثة الآتية : (60 درجة لكل من الأول والثاني و 80 للثالث)

التمرين الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x)=\dfrac{-2x^2+x+2\cos\sqrt{x}-2}{x}$

❶ احسبي $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.

❷ أثبتي أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y=-2x+1$ مقارب للخط C .

يوجد صفحة ثانية يرجى قلب الصفحة

التمرين الثاني : ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0,+\infty[$ وفق : $f(x)=\dfrac{3+\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$

❶ احسبي $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. ثمّ عيّني عدداً حقيقياً A يحقّق الشرط : إذا كان $x>A$ كان $f(x)\in]0.4,0.6[$.

❷ احسبي $\lim\limits_{x\to 0} f(f(x))$.

التمرين الثالث : لتكن المعادلة : $(E):\quad z^4-3z^3+\dfrac{9}{2}z^2-3z+1=0$

❶ تحقّقي أنّ $1+i$ جذر للمعادلة (E) .

❷ أثبتي أنّه إذا كان z_0 جذراً للمعادلة (E) كان $\overline{z}_0$ جذراً أيضاً لهذه المعادلة .

❸ أثبتي أنّه إذا كان u_0 جذراً للمعادلة (E) كان $\dfrac{1}{u_0}$ جذراً أيضاً لهذه المعادلة .

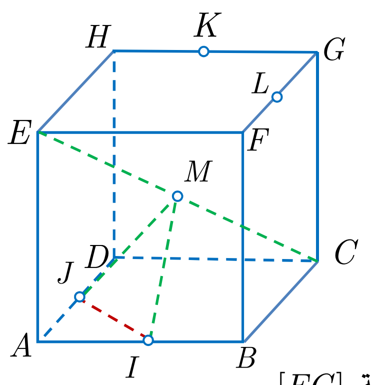
❹ استنتجي حلول المعادلة (E) .

❺ بفرض النقاط $A(1+i)$ و $B(1-i)$ و $C(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i)$ و $D(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i)$.

أثبتي أنّ A و B و C و D تقع على دائرة واحدة عيّني مركزها واحسبي نصف قطرها .

ثالثاً: حلي كلاً من المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : $ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه يساوي 4 .



فيه النقاط I و J و M منتصفات القطع المستقيمة $[AB]$ و $[AD]$ و $[EC]$ بالترتيب.

لنتخذ معلماً $(A;\frac{1}{4}\overrightarrow{AB},\frac{1}{4}\overrightarrow{AD},\frac{1}{4}\overrightarrow{AE})$.

❶ عيّني إحداثيات النقاط I و J و M في المعلم المعطى.

❷ ما نوع المثلّث IJM ؟ عللي إجابتك .

❸ أثبتي أنّه أياً كانت النقطة $M(x,y,z)$ تنتمي إلى المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[EC]$ فإنّها تحقّق الشرط : $x+y-z-2=0$. ثمّ تحقّقي أنّ (IJM) هو المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[EC]$.

❹ اكتبي معادلة الكرة التي قطرها $[EC]$.

❺ لتكن النقطة L منتصف القطعة المستقيمة $[FG]$ والنقطة K منتصف القطعة المستقيمة $[HG]$.

برهني أنّ الشكل $IJKL$ مستطيل .

المسألة الثانية : ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $]1,+\infty[$ وفق : $f(x)=x-\dfrac{e}{\ln x}$

❶ احسبي $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ ، واستنتجي معادلة كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي لخطّه البياني C_f .

❷ أثبتي أنّ المستقيم Δ الذي معادلته : $y=x$ مقارب للخط C_f . ثمّ ادرسي الوضع النسبي للخط C_f ومقاربه Δ .

❸ ادرسي تغيّرات f ونظّمي جدولاً بها . أوجدي $f(e)$ واستنتجي مجموعة حلول المتراجحة : $f(x)\le 0$.

❹ اكتبي معادلةً للمماس d للخط C_f في نقطةٍ منه فاصلتها e .

❺ ارسمي C_f .

.... انتهت الأسئلة..