سلم تصحيح الامتحان للفصل الأول (C) لمادة الرياضيات شتاء 2019

أجيبي عن الأسئلة الأربعة الآتية:

سؤال الأول:

10) نعم، لأنه يوجد مماس أفقي في النقطة التي فاصلتها 0 فيكون $f'(0) = 0$

10 ② نجد أن $\boxed{y=x}$ مقارب مائل لمنحنى f في جوار $+\infty$

10) f ليس اشتقاقياً عند $x=-1$ لأنه نصف المماس عمودي عند النقطة التي فاصلتها -1

x	-1		0		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$+$	
$f(x)$	0	↗	1	↗	$+\infty$

10 10

50

سؤال الثاني:

5 $\vec{SA}\cdot\vec{SB} = \|\vec{SA}\|\cdot\|\vec{SB}\| \cos 60^\circ$

5 $= (2)\cdot(2)\cdot\frac{1}{2} = 2$

5 $\vec{AH}\cdot\vec{DB} = 0$

5 لأنه قطري المربع متعامدان

(قطر المربع) $AC = 2\sqrt{2}$

$SC = SA = 2$

فلاحظ أن:

$SC^2 + SA^2 = AC^2$

محققة $4 + 4 = 8$

5 ومنه حسب عكس فيثاغورس نستنتج أن المثلث SAC قائم في S

5 ومنه $\vec{SA}\cdot\vec{SC} = 0$

5 $\vec{HI}\cdot\vec{CS} = \frac{1}{2}\vec{DC}\cdot\vec{CS}$

5 $= -\frac{1}{2}\vec{CD}\cdot\vec{CS}$

5 $= -\frac{1}{2}\|\vec{CD}\|\cdot\|\vec{CS}\| \cos\frac{\pi}{3}$

$= -\frac{1}{2}(2)\cdot(2)\cdot\frac{1}{2}$

5 $= -1$

50 السؤال الثالث:

$|iZ - 3 + 3i| = |3 - 4i|$

10 $|i(Z + i3 + 3)| = \sqrt{9+16}$

10 $|i|\;|Z + 3 + 3i| = 5$

10 $|i| = 1$ $\quad |Z - (-3 - 3i)| = 5$

نفرض أن $Z_A = -3 - 3i$ العدد العقدي

الممثل للنقطة $A(-3, -3)$

$|Z - Z_A| = 5$

10 $MA = 5$

وهذه المساواة تعبر هندسياً:

عن مجموعة نقاط المستوي M التي تبعد عن النقطة A مسافة ثابتة تساوي 5

10 فهي ترسم دائرة مركزها $A(-3, -3)$

ونصف قطرها يساوي 5

50

ملاحظة هامة: إذا اتبع الطالب طريقة أخرى صحيحة في الإجابة لم ترد في السلم يقوم المصحح بتوزيع درجة السؤال على هذه الطريقة.

سؤال الرابع :

$f(x) = 2x - 1 - \frac{\ln x}{x+1}$

$f(x) - y_{\Delta} = 2x - 1 - \frac{\ln x}{x+1} - (2x -$

5 $= - \frac{\ln x}{x+1}$

5 $f(x) - y_{\Delta} = - \frac{x}{x+1} \cdot \frac{\ln x}{x}$

5 لدينا $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{-x}{x+1} \right) = -1$

5 و $\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

فإن

5 $\lim_{x \to +\infty} (f(x) - y_{\Delta}) = 0$

5 وبالتالي المستقيم Δ الذي معادلته $\boxed{y = 2x - 1}$

مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$

دراسة وضع C بالنسبة إلى Δ

ندرس إشارة الفرق:

$f(x) - y_{\Delta} = - \frac{\ln x}{x+1}$

5 $f(x) - y_{\Delta} = 0$ تكافئ $\ln x = 0$

5 ومنه $\boxed{x = 1}$

x	0		1		$+\infty$
5 $f(x) - y_{\Delta}$		$+$	0	$-$	
5 الوضع النسبي		C يقع فوق Δ	نقطة مشتركة بين C و Δ $(1,1)$	C يقع تحت Δ	

50

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية:

التمرين الأول:

① f اشتقاقي على IR

5 $f'(x) = \frac{2x - 1}{2\sqrt{x^2 - x + 1}}$

5 $\boxed{f'(1) = \frac{1}{2}}$

g اشتقاقي على IR

5 $g'(x) = -\frac{1}{2}x + 1$

5 $\boxed{g'(1) = \frac{1}{2}}$

5 نجد أن: $\boxed{f'(1) = g'(1)}$ --- (I)

5 $f(1) = 1$

5 $g(1) = 1$ $\Big\}$ $\boxed{f(1) = g(1)}$ --- (II)

5 من (I) و (II) نستنتج أن الخطين

5 C_f و C_g متماسان

في النقطة $A(1,1)$

معادلة المماس المشترك لهما هي:

5 $y = f'(1)(x-1) + f(1)$

5 $y = \frac{1}{2}(x-1) + 1$

5 $\boxed{y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}}$

60

١٩

التمرين الثاني:

① 5 $G(1,1,1)$

5 $B(1,0,0)$

5 $F(1,0,1)$

5 $I(0,\frac{3}{4},1)$

5 $J(0,-\frac{5}{4},0)$

② 5 $\overrightarrow{FJ}(-1,-\frac{1}{4},-1)$

5 $\overrightarrow{GB}(0,-1,-1)$

5 $\overrightarrow{GI}(-1,-\frac{1}{4},0)$

5 $\overrightarrow{FJ} = \alpha\,\overrightarrow{GB} + \beta\,\overrightarrow{GI}$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ -\frac{5}{4} \\ -1 \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -1 \\ -\frac{1}{4} \\ 0 \end{pmatrix}$$

5
$$\begin{pmatrix} -1 \\ -\frac{5}{4} \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\beta \\ -\alpha - \frac{1}{4}\beta \\ -\alpha \end{pmatrix}$$

5
$$\begin{cases} -\beta = -1 & (1) \\ -\alpha - \frac{1}{4}\beta = -\frac{5}{4} & (2) \\ -\alpha = -1 & (3) \end{cases}$$

نأخذ جملة المعادلتين [(1) و (3)]

5 من (3) نجد $\alpha = 1$

5 ومن (1) نجد $\beta = 1$

نتحقق بالتعويض في (2) فنجد

5 $-1 - \frac{1}{4} = -\frac{5}{4}$ محققة

ومنه

5 $\overrightarrow{FJ} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GI}$

5 ولدينا الشعاعان $\overrightarrow{GI}$ و $\overrightarrow{GB}$ غير مرتبطين خطياً لأن مركباتهما غير متناسبة $\left(\frac{0}{-1} \neq \frac{-1}{-\frac{1}{4}}\right)$

وبما أن

$\overrightarrow{FJ} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GI}$

5 فالأشعة $\overrightarrow{FJ}$ و $\overrightarrow{GB}$ و $\overrightarrow{GI}$ مرتبطة خطياً

5 ومنه المستقيم (FG) يوازي المستوي (GBI).

التمرين الثالث:

90

$f(x) = \text{جتا}\sqrt{x} - 1$

نضع ت معدل التغير للدالة f عند 0 وهو

5 $g(x) = \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$

المعرف على $]0,+\infty[$

5 $g(x) = \frac{\text{جتا}\sqrt{x} - 1 - 0}{x}$

5 $g(x) = \frac{-(1 - \text{جتا}\sqrt{x})}{x}$

5 $g(x) = -\frac{2\sin^2\frac{\sqrt{x}}{2}}{x}$

5 $g(x) = -2\left(\frac{\sin\frac{\sqrt{x}}{2}}{\sqrt{x}}\right)^2$

5+5 $g(x) = -2\left(\frac{\sin\frac{\sqrt{x}}{2}}{2\,\frac{\sqrt{x}}{2}}\right)^2$

5 لدينا: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin\frac{\sqrt{x}}{2}}{\frac{\sqrt{x}}{2}} =$

$\lim\limits_{X \to 0} \frac{\sin X}{X} = 1$

5 إذن: $\lim\limits_{x \to 0} g(x) = -\frac{1}{2}$

5 ومنه f تقبل الاشتقاق عند (0) ويكون $f'(0) = -\frac{1}{2}$

50

ثالثاً: حل المسائل الآتية

المسألة الأولى:

$b = 3+4i \qquad c = \frac{-3}{2}+2i$

15 $b' = e^{-i\frac{\pi}{2}} b$

5 $b' = -i(3+4i)$

5 $b' = 4-3i$

15 $c' = e^{i\frac{\pi}{2}} c$ ②

5 $c' = i\left(\frac{-3}{2}+2i\right)$

5 $c' = -2-\frac{3}{2}i$

10 $m = \frac{b+c}{2}$ ③

$m = \frac{3+4i+\frac{-3}{2}+2i}{2}$

10 $m = \frac{3}{4}+3i$

④

5 $\frac{b'-c'}{m} = \frac{(4-3i)-(-2-\frac{3}{2}i)}{\frac{3}{4}+3i}$

$= \frac{6-\frac{3}{2}i}{\frac{3}{4}+3i}$

5 $= \frac{12-3i}{3+12i} = \frac{4-i}{1+4i}$

5 $= \frac{(8-2i)(1-4i)}{(1+4i)(1-4i)}$

5+5 $\frac{b'-c'}{m} = \frac{-34i}{17} = -2i = 2e^{-i}$

5+5 $\arg\left(\frac{b'-c'}{m-0}\right) = \frac{-\pi}{2} \qquad \left|\frac{b'-c'}{m-0}\right| = 2$

5 $B'C' \perp OM \ , 2OM = B'C'$

110 المجموع

المسألة الثانية:

① f معرفة ومستمرة وقابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$

6 $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -\infty$

6 ومنه $\boxed{x=0}$ مستقيم مقارب شاقولي

عند $+\infty$:

6 $f(x) = \frac{1}{x^2}+\frac{\ln x}{x^2} = \frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}\cdot\frac{\ln x}{x}$

6 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$

ومنه $\boxed{y=0}$

6 مستقيم مقارب أفقي (منطبق على xx')

② $f'(x) = \frac{\frac{1}{x}\cdot x^2-2x\cdot(1+\ln x)}{x^4}$

6 $f'(x) = \frac{x-2x-2x\ln x}{x^4}$

6 $f'(x) = \frac{-x-2x\ln x}{x^4}$

$f'(x) = \frac{x(-1-2\ln x)}{x^4}$

6 $f'(x) = \frac{-1-2\ln x}{x^3}$

6 $f'(x)=0$ نجد $-1-2\ln x=0$

$2\ln x = -1 \Rightarrow \ln x = -\frac{1}{2}$

6 $x = e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{e}}$

$f\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right) = \frac{1+\ln e^{-\frac{1}{2}}}{\frac{1}{e}} = \frac{1-\frac{1}{2}}{\frac{1}{e}}$

6 $f\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right) = \frac{e}{2}$

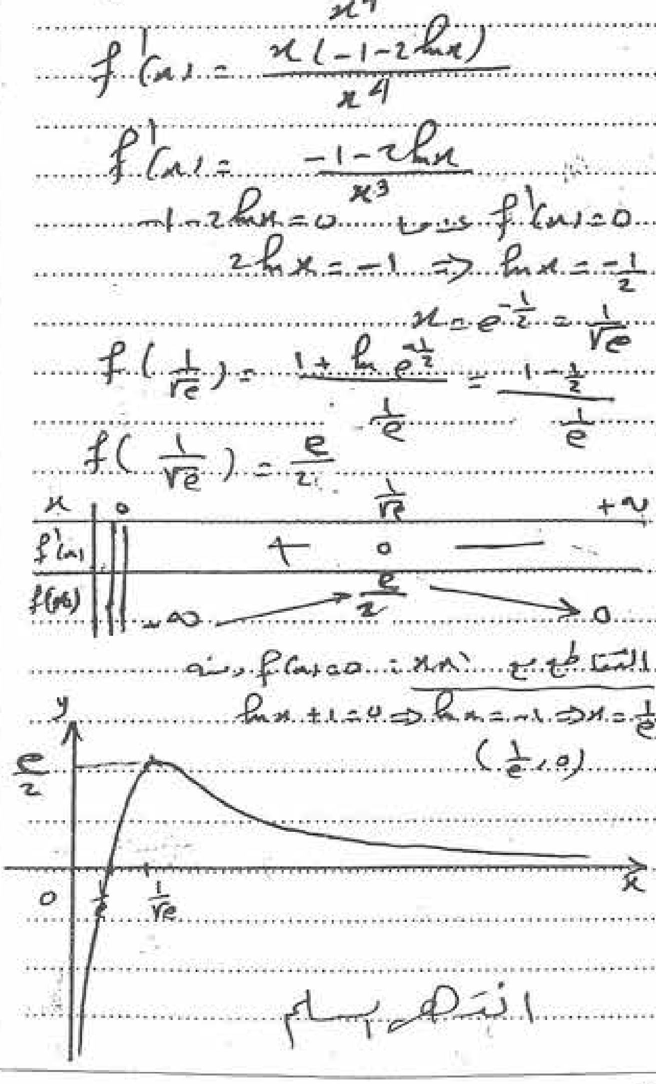
x	0		$\frac{1}{\sqrt{e}}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	+	0	−	
$f(x)$	‖	$-\infty \nearrow$	$\frac{e}{2}$	$\searrow$	0

6 6

6 التقاطع مع xx': ومنه $f(x)=0$

$\ln x+1=0 \Rightarrow \ln x=-1 \Rightarrow x=\frac{1}{e}$

$\left(\frac{1}{e},0\right)$



6

انتهى السلم

90