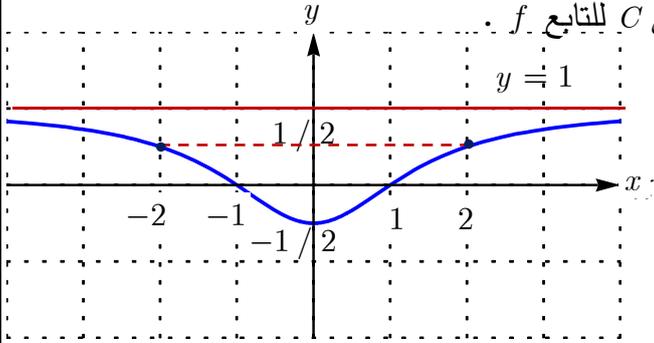


**أولاً: أجبني عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)**

**السؤال الأول:**  $f$  تابع معرف على  $\mathbb{R}$ ، خطه البياني المرسوم في الشكل المجاور:



1. ولنعرّف التابع  $g: x \mapsto \ln(f(x))$ . بالاستفادة من الخط البياني  $C$  للتابع  $f$ .

استنتج مجموعة تعريف التابع  $g$ .

2. حل المتراجحة:  $f(x) \leq \frac{1}{2}$ .

3. ولنعرّف التابع  $h: x \mapsto \frac{1}{f(x)}$ . بالاستفادة من الخط البياني

$C$  للتابع  $f$ . ما مجموعة تعريف التابع  $h$ ؟

4. استنتج نهايات كلاً من التابعين  $f$  و  $h$  عند أطراف مجموعة تعريفهما.

**السؤال الثاني:**

$f$  تابع يحقق المتراجحة:  $|f(x) + 2| \leq 2\sqrt{x^2 + 1} + 2x$  أيأ تكن  $x \in \mathbb{R}$  احسب نهاية  $f$  عند  $-\infty$ .

**السؤال الثالث:** اكتب كلاً من العددين العقديين  $z_1$  و  $z_2$  بالشكل  $a + bi$ :

$$z_2 = \left( \frac{-1 + \sqrt{3}i}{1 + i} \right)^8, \quad z_1 = \left( \frac{3 + i}{1 + 2i} \right)^9$$

**السؤال الرابع:**

ليكن  $f$  التابع المعرف وفق العلاقة:  $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4}}$

1. ما مجموعة تعريف التابع  $f$ ؟ 2. أوجد نهايات التابع  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفه.

**ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (50 درجة لكل سؤال)**

**التمرين الأول:** احسب كلاً من النهايات الآتية:

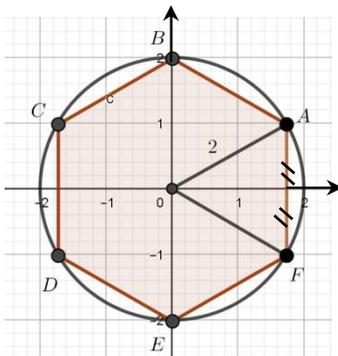
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x + 2 \cos x}{2 + \sin x} \right) \quad \text{3} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{\cos x}{1 - x} \right) \quad \text{2} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - x) \quad \text{1}$$

**التمرين الثاني:**

$ABCDEF$  مسدس منتظم مرسوم في الشكل المجاور:

اكتب الأعداد العقدية المقابلة لرؤوس هذا المضلع المنتظم بالشكل المثالي.

ثم أثبت أن مجموع هذه الأعداد يساوي الصفر.



### التمرين الثالث :

- ① اكتب العبارة الآتية بأبسط شكل ممكن :  $A = \ln(3 + \sqrt{5})^7 + \ln(3 - \sqrt{5})^7$
- ② حلّ المعادلة الآتية :  $2(\ln x)^2 + \ln\left(\frac{e}{x}\right) - 1 = 0$
- ③ حلّ المتراجحة الآتية :  $\ln(x-1) > \ln x - 1$

### التمرين الرابع :

- ① عيّني مجموعة النقاط  $M$  التي يمثلها العدد العقدي  $z$  الذي يحقق العلاقة  $|2iz| = 5$
- ② حلّ المعادلة الآتية (بالمجهول  $z$ ) :  $z + |z| = 8 + 4i$

### ثالثاً: حلّ كلاً من المسائل الثلاث الآتية: (80 درجة لكل مسألة)

#### المسألة الأولى :

$ABCD$  رباعي وجوه فيه  $I$  منتصف  $[AB]$  و  $J$  منتصف  $[AC]$  و النقطتان  $E$  و  $F$  معرفتان بالعلاقين الشعاعيتين

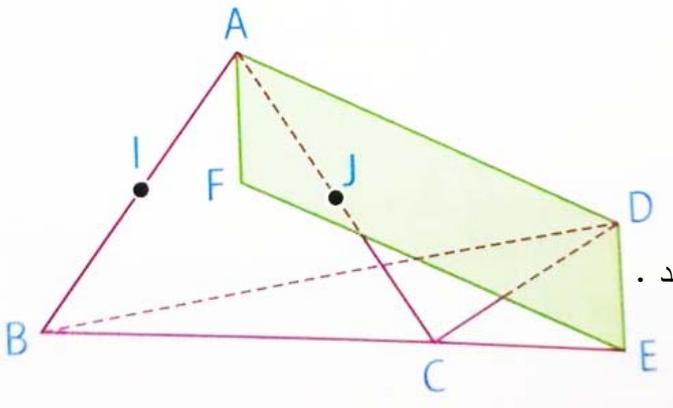
$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{DE} \text{ و } \overrightarrow{BE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$$

① اكتب  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB}$  بدلالة الشعاع  $\overrightarrow{DI}$

② أثبت أن  $\overrightarrow{DF} - 2\overrightarrow{DI} = 3\overrightarrow{IJ}$

③ أثبت أن الأشعة  $\overrightarrow{DI}$  و  $\overrightarrow{DJ}$  و  $\overrightarrow{DF}$  مرتبطة خطياً.

④ استنتج أن النقاط  $D$  و  $I$  و  $J$  و  $F$  تقع في مستوٍ واحد.



#### المسألة الثانية :

ليكن  $f$  التابع المعرف على المجال  $I = ]0, +\infty[$  وفق العلاقة :  $f(x) = \ln x - x + 1$

① أثبت أن  $f$  اشتقائي على  $I = ]0, +\infty[$  واحسب  $f'(x)$

② اكتب جدول اطراد التابع  $f$  ثم استنتج مجموعة طول المتراجحة  $\ln x < x - 1$

③ باختيار  $x = e^{\frac{1}{3}}$  و  $x = e^{-\frac{1}{3}}$  ، احصري العدد  $e$

#### المسألة الثالثة :

ليكن العددان العقديان :  $z_1 = -2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$  و  $z_2 = -1 + i$

① اكتب  $z_1$  و  $z_2$  بالشكل الجبري.

② اكتب  $z_1$  و  $z_2$  و  $z_1 \cdot z_2$  بالشكل المثلي.

③ استنتج  $\cos\frac{\pi}{12}$  و  $\sin\frac{\pi}{12}$

.....انتهت الأسئلة.....