أولاً : أجيبي عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ جدول تغيراته هو الآتي :

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	
$f(x)$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$2 \,\|\|\, -\infty$	$\nearrow$	1

❶ ما نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه .

ثمّ استنتجي معادلة كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي لخطّه البياني .

❷ هل يوجد مستقيم مقارب مائل لخطّه البياني C ؟ عللي إجابتك.

❸ أثبتي أنّ للمعادلة $f(x)=0$ حلاً وحيداً .

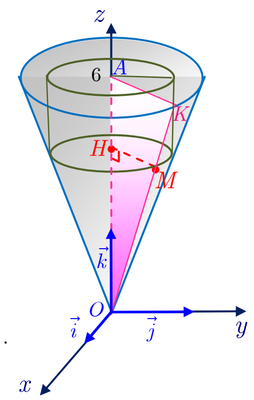
❹ استنتجي مجموعة حلول المتراجحة $f(x)\le 1$.

السؤال الثاني : ليكن العددان العقديان: $z_1 = 1-i$ و $z_2 = -2e^{i\frac{4\pi}{3}}$.

اكتبي $z_1\cdot z_2$ بالشكل الأسي و بالشكل الجبري ثمّ استنتجي $\sin\dfrac{\pi}{12}$.

السؤال الثالث : لتكن النقطة A التي إحداثياتها $A(0,0,6)$

في معلمٍ متجانس معطى في الفراغ $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ولتكن $AK=2$



❶ أوجدي معادلةً للمخروط المولّد من دوران الضلع $[OK]$ حول (OA).

❷ إذا علمتِ أنّ $OH=\dfrac{2}{3}OA$ أوجدي معادلةً للأسطوانة التي مركزي قاعدتيها H و A .

السؤال الرابع :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]-4,+\infty[$ وفق $f(x)=\dfrac{-4x+2}{x+4}$

❶ ما نهاية f عند $+\infty$ ؟ ثمّ أعطِ عدداً حقيقياً A يحقق الشرط إذا كان $x>A$ كان $f(x)\in]-4.05,-3.95[$.

❷ احسبي $\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))$.

ثانياً : حلي التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}^*$ وفق $f(x)=\dfrac{x^3+2x^2+\cos x-1}{x^2}$

❶ احسبي $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.

❷ أثبتي أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+2$ مقارب للخط C في جوار $-\infty$.

التمرين الثاني : لتكن المعادلة $z^4-4z^3+9z^2-16z+20=0 \qquad (E)$

❶ تحقّقي أنّ $z=2i$ حل للمعادلة (E) ثمّ حلّي المعادلة (E).

❷ لتكن A و B و C و D نقاط المستوي التي تمثّل حلول المعادلة (E)،أثبتي أنّ هذه النقاط تقع على دائرة واحدة

عيّني مركزها واحسبي نصف قطرها .

يوجد صفحة ثانية يرجى قلب الصفحة

التمرين الثالث :

❶ ليكن التابع g المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق العلاقة : $g(x) = 3x + \sqrt{9x^2 + 1}$ خطّه البياني C_g .

أثبتي أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y = 6x$ مقارب للخط C_g في جوار $+\infty$.

❷ ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق العلاقة : $f(x) = \ln(g(x))$

$a)$ تحقّقي أنّ التابع f معرّف على $\mathbb{R}$ ثمّ أثبتي أنّه فردي .

$b)$ تحقّقي أنّ $f'(x) = \dfrac{3}{\sqrt{9x^2 + 1}}$ أياً تكن $x \in \mathbb{R}$ ، ثمّ اكتبي معادلةً للمماس للخط C_f في نقطة منه فاصلتها $x = 0$.

التمرين الرابع :

في المستوي العقدي $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقطة $M(z)$ ممثّلة للعدد العقدي $z \neq 0$.

وليكن العدد العقدي $Z = \dfrac{z+4}{z}$.

❶ أثبتي أنّ مجموعة النقاط $M(z)$ التي يكون عندها Z حقيقياً هي مستقيم محذوف منه نقطة .

❷ أثبت أنّ مجموعة النقاط $M(z)$ التي يكون عندها Z تخيلياً بحتاً هي دائرة محذوف منها نقطة .

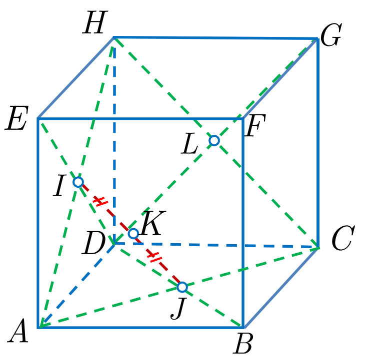
ثالثاً: حلي كلاً من المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى :

$ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه يساوي 4 .

فيه النقطتان I و J مركزي الوجهين $ADHE$ و $ABCD$ بالترتيب

و K منتصف القطعة المستقيمة $[IJ]$. لنتخذ معلماً $(A; \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{4}\overrightarrow{AE})$.



❶ عيّني إحداثيات النقاط I و J و K في المعلم المعطى.

❷ هل النقاط A و K و G تقع على استقامةٍ واحدة ؟ عللي إجابتك .

❸ لتكن النقطة L مركز الوجه $DCGH$. أثبتي أنّ الرباعي $AJLI$ معيّن .

❹ أثبتي أنّ النقاط C و J و G و D و I تقع على كرةٍ واحدة مركزها L . اكتبي معادلة هذه الكرة .

❺ أثبتي أنّ النقاط A و K و G و D تقع في مستوٍ واحد .

المسألة الثانية :

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $]0, +\infty[$ وفق : $f(x) = -\dfrac{1}{x} - \dfrac{\ln x}{x}$

❶ احسبي $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ ، واستنتجي معادلة كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي لخطّه البياني C_f .

❷ ادرسي تغيّرات f ونظّمي جدولاً بها .

❸ اكتبي معادلةً للمماس d للخط C_f الذي يمر بمبدأ الإحداثيات .

❹ ارسمي C_f .

.... انتهت الأسئلة...