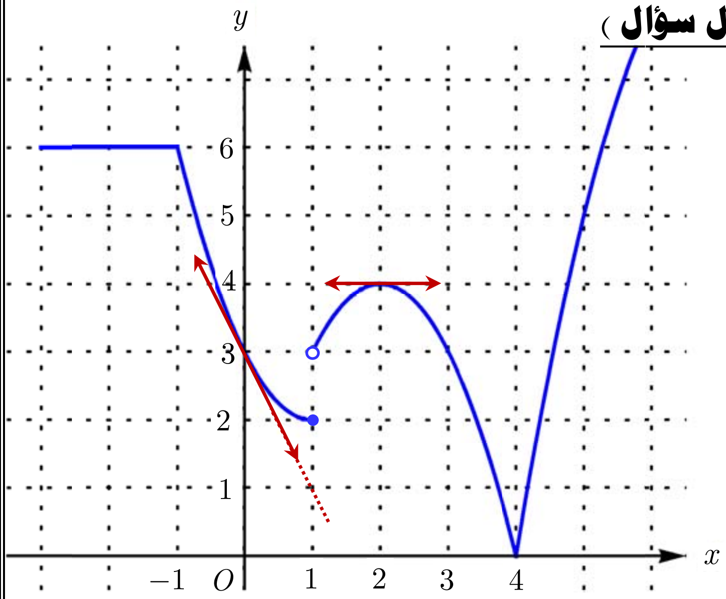
أولاً : أجيبي عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول : لاحظي الشكل المرسوم جانباً وهو يمثّل الخط البياني لتابعٍ f معرفٍ على $\mathbb{R}$. والمطلوب:

1. ما عدد حلول المعادلة $f(x)=3$ ؟
2. هل $f(-1)$ قيمة حدية محلياً ؟ عللي إجابتك ؟
3. هل $f(1)$ قيمة حدية محلياً ؟ عللي إجابتك ؟
4. ما قيمة العدد المشتق للتابع f عند $x=2$ ؟
5. هل يكون f اشتقاقياً عند $x=1$ ؟ عللي إجابتك ؟
6. ما قيمة العدد المشتق للتابع f عند $x=0$ ؟
7. ما قيم $k\in\mathbb{R}$ التي تجعل للمعادلة $f(x)=k$ حلّين فقط .

السؤال الثاني : في معلمٍ متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطتان $A(2,-1,2)$ و $B(-2,1,2)$

❶ أعطِ معادلةً ديكارتيةً للمجموعة ε المكوّنة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=\lambda$ حيث λ عدد حقيقي.

❷ ناقشي بحسب قيم λ طبيعة المجموعة ε.

السؤال الثالث : حلّي المتراجحة الآتية : $e^{x}-10e^{-x}+3\le 0$.

السؤال الرابع : ❶ في معلمٍ متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ صفي مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق إحداثياتها العلاقات :

$$x^2+z^2-\frac{4}{25}y^2=0 \text{ مع } 0\le y\le 5 .$$

❷ أوجدي معادلةً للأسطوانة التي محورها $(O,\vec{k})$ و قاعدتها العليا الدائرة التي تمر بالنقطة $A(2,3,5)$ و قاعدتها الدنيا الدائرة التي مركزها O .

ثانياً : حلي التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل سؤال)

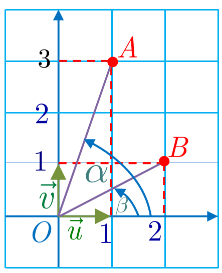
التمرين الأول : ليكن g التابع المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $g(x)=x^2+\cos x$ خطه البياني C_g .

❶ اكتبي معادلةً لمماس C_g في نقطة منه فاصلتها π.

❷ لنعرّف التابع h على $\mathbb{R}$ وفق $h(x)=g'(x)$. ادرسي تغيرات التابع h ونظّمي جدولاً بها .

❸ استنتجي أنّ الخط C_g يقبل مماساً أفقياً وحيداً .

التمرين الثاني : في الشكل المجاور المستوي العقدي المزوّد بمعلمٍ متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$



لدينا النقطتان A و B اللتان يمثلهما العددين العقديين z_A و z_B.

❶ اكتبي z_A و z_B بالشكل الجبري. و بفرض $\arg(z_A)=\alpha$ و $\arg(z_B)=\beta$ احسبي $\alpha-\beta$.

❷ عيّني العدد العقدي z_C الممثّل للنقطة C الذي يجعل النقطة O مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,2)$ و $(B,-1)$ و $(C,5)$.

يوجد صفحة ثانية يرجى قلب الصفحة

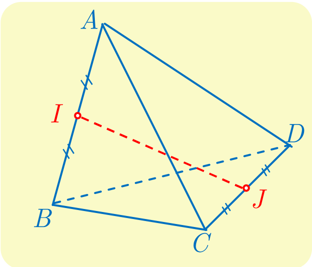
التمرين الثالث : ليكن f التابع المعرّف على $I=]-1,1[$ وفق : $f(x)=\ln(\sqrt{1-x^2})$

❶ أثبتي أنّ $f'(x)=\dfrac{-x}{1-x^2}$.

❷ لنعرّف التابع g على المجال $]0,\dfrac{\pi}{2}[$ وفق $g(x)=f(\sin x)$.

أثبتي أنّ $g'(x)=-\tan x$ واحسبي $g(\dfrac{\pi}{4})$ و $g'(\dfrac{\pi}{4})$ ثمّ استنتجي $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{g(x)+\ln\sqrt{2}}{x-\dfrac{\pi}{4}}$.

التمرين الرابع : $ABCD$ رباعي وجوه منتظم(كل وجه فيه مثلث متساوي الأضلاع) طول ضلعه يساوي 2 . I و J هما، بالترتيب ، منتصفا $[AB]$ و $[CD]$



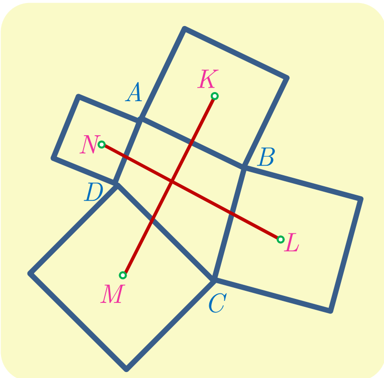
❶ أثبتي أنّ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AD})=0$. ماذا تستنتجين ؟

❷ أثبتي أنّ $\overrightarrow{IJ}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB})$.

واحسبي الجداء السلمي $\overrightarrow{IJ}.\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{IJ}.\overrightarrow{CD}$. ماذا تستنتجين ؟

ثالثاً: حلي المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: نتأمّل في مستوٍ مزوّد بمعلم متجانس رباعياً محدباً $ABCD$.



وننشأ على أضلاعه مربعات كما في الشكل المجاور :

ولتكن النقاط : K و L و M و N هي مراكز هذه المربعات .

لنفترض أنّ الشكل مرسوم في المستوي الموجّه ، وقد زوّدناه بمعلم متجانس مباشر ولنرمز a و b و c و d إلى الأعداد العقدية التي تمثّل النقاط A و B و C و D وكذلك الأمر لنرمز k و l و m و n إلى الأعداد العقدية التي تمثّل النقاط K و L و M و N.

❶ الدوران الذي مركزه K وزاويته $\dfrac{\pi}{2}$ ينقل A إلى B استعملي الصيغة العقدية لتثبتي أنّ : $k=\dfrac{b-ia}{1-i}$.

❷ استنتجي بالمثل l و m و n بدلالة الأعداد العقدية a و b و c و d .

❸ احسبي $\dfrac{m-k}{n-l}$ ، ثمّ أثبتي أنّ قطري الرباعي $KLMN$ متعامدان ومتساويان .

❹ أثبتي أنّه حتى يكون الرباعي $KLMN$ مربعاً يجب أن تتحقق العلاقة: $a+c=b+d$ ما نوع الرباعي $ABCD$ عندئذٍ؟

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $I=]0,+\infty[$ وفق $f(x)=x+\dfrac{\ln x}{x}$.

❶ لنعرّف التابع g على I وفق $g(x)=x^2+1-\ln x$. ادرسي اطراد التابع g واستنتجي أنّ $g(x)>0$ أياً تكن $x\in I$.

❷ أثبتي أنّ $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ ، واستنتجي أنّ التابع f متزايدٌ تماماً على I .

❸ ادرسي تغيّرات التابع f ونظّمي جدولاً بها ، ثمّ أثبتي أنّ للمعادلة $f(x)=0$ حلاً وحيداً α يحقق $\alpha\in]0,1[$.

❹ أثبتي أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y=x$ مقارب للخط البياني C . ثمّ ادرسي الوضع النسبي للمقارب Δ والخط C .

❺ ارسمي C .

.... انتهت الأسئلة..