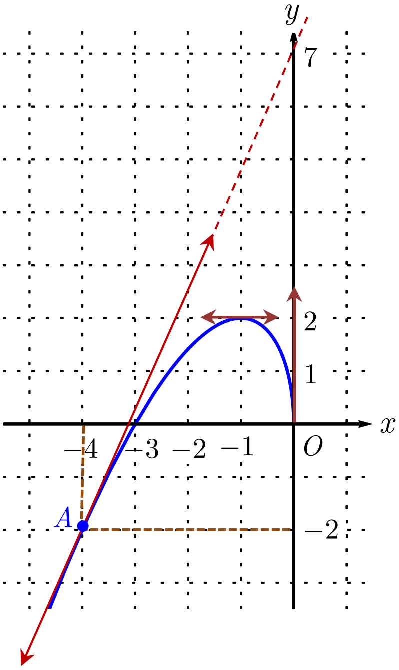
مدارس الأوائل النموذجية الخاصة للبنات

امتحان الفصل الأول في مادة الرياضيات   الاسم :..........

للصف الثالث الثانوي العلمي (2017-2018)   (نموذج B)   الدرجة: 600

أولاً : أجيبي عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول :

لاحظي الشكل المرسوم جانباً وهو يمثّل الخط البياني لتابعٍ f معرفٍ على $]-\infty,0]$.

والمطلوب:

❶ نظّمي جدولاً بتغيرات التابع f .

❷ اكتبي معادلة نصف المماس لخطّه البياني في النقطة $O(0,0)$.

❸ اكتبي معادلة المماس لخطّه البياني في النقطة $A(-4,-2)$.

❹ لنعرّف التابع g بالعلاقة : $g(x)=\ln(f(x))$.

عيّني مجموعة تعريف التابع g .

السؤال الثاني :

أولاً : ليكن f التابع المعرّف على $]0,\frac{\pi}{2}[$ وفق: $f(x)=\ln(\cos x)$.

احسبي $f'(x)$ و $f'(\frac{\pi}{4})$ و $f(\frac{\pi}{4})$ ثمّ استنتجي $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\left(\dfrac{\ln(\cos x)+\ln\sqrt{2}}{x-\frac{\pi}{4}}\right)$.

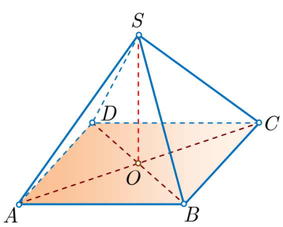
ثانياً: حلّي المعادلة الآتية : $6e^{x}-e^{-x}+1=0$.

السؤال الثالث : في معلمٍ متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(2,1,-3)$ و $B(1,2,-1)$ و $C(3,1,2)$ و $D(7,8,-4)$.

❶ أثبتي أنّ النقاط A و B و C لا تقع على استقامةٍ واحدة.

❷ احسبي $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}$. هل المستقيم (AD) يعامد المستوي (ABC)؟ عللي إجابتك .

السؤال الرابع : نتأمّل هرماً $S-ABCD$ قاعدته مربع ورأسه S



وطول كل حرف من حروفه و أضلاع قاعدته يساوي 4

احسبي $\overrightarrow{SA}\cdot\overrightarrow{SB}$ و $\overrightarrow{SA}\cdot\overrightarrow{SC}$ و $\overrightarrow{SA}\cdot\overrightarrow{AC}$

ثانياً : حلي التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول : ليكن التابعان f و g المعرّفان على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\sqrt{x^2+1}-2x$ و $g(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

❶ ادرسي تغيرات g ونظّمي جدولاً بها . وبيّني أنّ $g(x)\in]-1,1[$. ثمّ بيّني أنّ $f'(x)=g(x)-2$ واستنتجي إشارة $f'(x)$.

❷ ادرسي تغيرات f ونظّمي جدولاً بها .

يوجد صفحة ثانية يرجى قلب الصفحة

التمرين الثاني : ليكن f التابع المعرّف على $[0,+\infty[$ وفق : $f(x)=\begin{cases} x\ln x & ,x>0 \\ 0 & ,x=0 \end{cases}$ ، خطه البياني C.

❶ ادرسي استمرار التابع f عند $x=0$. ❷ ادرسي قابلية اشتقاق التابع f عند $x=0$.

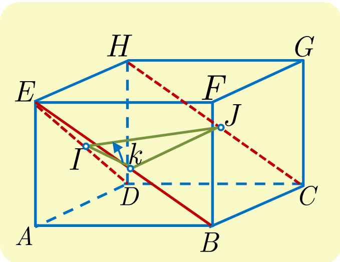
❸ اكتبي معادلةً لمماس C في نقطة منه فاصلتها $x=1$.

التمرين الثالث :

نزوّد المستوي بمعلمٍ متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نقرن كل نقطة $M(z)$ حيث $z\neq 2$ بالنقطة $M(z')$ حيث $z'=\dfrac{z+i}{z-2}$

❶ عيّني Δ مجموعة النقاط M التي يكون عندها z' عدداً حقيقياً .

❷ عيّني Γ مجموعة النقاط M التي يكون عندها z' عدداً تخيلياً بحتاً.



التمرين الرابع : $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB=2$ و $AD=AE=1$ فيه النقاط I و J و K منتصفات القطع المستقيمة $[DE]$ و $[HC]$ و $[EB]$ بالترتيب .

لنتخّذ المعلم المتجانس $(D;\overrightarrow{DA},\frac{1}{2}\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DH})$.

أوجدي مركبات كلٍّ من الأشعة $\overrightarrow{IJ}$ و $\overrightarrow{IK}$ ثمّ احسبي الجداء السلمي $\overrightarrow{IJ}\cdot\overrightarrow{IK}$

ثمّ احسبي الطولين IJ و IK واستنتجي $\cos\widehat{JIK}$.

ثالثاً: حلي المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : لتكن المعادلة $z^2-(\sqrt{3}+3i)z-2+2i\sqrt{3}=0 \qquad (E)$

❶ .a اكتبي بالشكل الجبري العدد $(-\sqrt{3}+i)^2$.

.b حلّي المعادلة (E) .

❷ لتكن A و B و C نقاط المستوي الممثّلة للأعداد العقدية $a=2i$ و $b=\sqrt{3}+i$ و $c=\sqrt{3}+3i$ بالترتيب.

.a احسبي العدد العقدي $\dfrac{c-a}{b-a}$ ثمّ استنتجي نوع المثلث ABC.

.b تحققي أنّ $c=a+b$.

.c وضّعي النقاط A و B و C في مستوٍ . ثمّ استنتجي أنّ الرباعي $OBCA$ معيّن.

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x)=\dfrac{a+b\ln x}{x}$

حيث a و b عددان حقيقيان موجبان تماماً .

أولاً : عيّني a و b إذا علمتي أنّ التابع f يقبل قيمة حدية محلياً مساويةً 2 عند $x=1$.

ثانياً: بفرض $a=2$ و $b=2$ نحصل على التابع $f(x)=\dfrac{2+2\ln x}{x}$.

❶ ادرسي تغيرات f و نظّمي جدولاً بها ثمّ استنتجي كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي لخطّه البياني C .

❷ اكتبي معادلةً لمماس C في نقطة تقاطعه مع محور الفواصل .

❸ ارسمي C .

انتهت الأسئلة