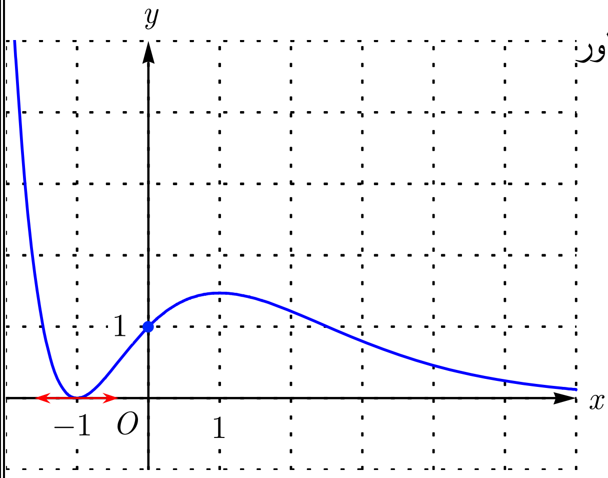
أولاً : أجيبي عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$

حيث a و b و c ثوابت حقيقية ، خطّه البياني مرسوم في الشكل المجاور



❶ بالاستفادة من الشكل عيّني الثوابت a و b و c.

❷ أكملي جدول تغيرات التابع f الآتي :

x	$-\infty$		-1		$\cdots$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	
$f(x)$	$\cdots$	$\searrow$	$\cdots$	$\nearrow$	$\cdots$	$\searrow$	$\cdots$

السؤال الثاني : لتكن المجموعة $S=\{1,2,3,4,5,6\}$.

ما عدد الأعداد المؤلفة من ثلاث خانات مختلفة مثنى مثنى التي يمكنكِ تكوينها من أرقام المجموعة S

والتي لا يوجد أي عدد منها من مضاعفات العدد 5 وكل عدد منها أكبر من 200 ؟

السؤال الثالث : المتتالية $(s_n)_{n\geq 2}$ المعرّفة بالعلاقة : $s_n=1+2\times 2+3\times 2^2+\cdots+(n-1)2^{n-2}$

❶ احسبي s_2 و s_3 .

❷ أثبتي بالتدريج أنّه أياً كان العدد الطبيعي $n\geq 2$ صحّة المساواة: $s_n=(n-1)2^n-n\,2^{n-1}+1$

السؤال الرابع : اكتبي $\sin^3 x$ بصيغة عبارة خطية في النسب المثلثية لمضاعفات الزاوية x (باستخدام دستوري أويلر)

ثمّ استنتجي كلاً من: ❒ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x-3\sin x}{\tan^3 x}$. ❒ $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^3 x\,dx$.

ثانياً : حلي التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول : في إحدى الوزارات يوجد 40% من الموظفين يحملون شهادات عليا

ويوجد في هذه الوزارة 55% من الموظفين إناث ، من بينهم 20% يحملون شهادات عليا

نرمز بالرمز M الحدث:« الموظف رجل » و W الحدث: « الموظف أنثى » و H الحدث:« الموظف يحمل شهادة عليا »

❶ اخترنا عشوائياً رجلاً من الموظفين في هذه الوزارة ما احتمال ألا يحمل شهادة عليا ؟

❷ سحبنا إضبارة أحد الموظفين في هذه الوزارة .

ما احتمال أن تكون إضبارة رجل من الموظفين أو إضبارة موظف يحمل شهادة عليا ؟

التمرين الثاني : نتأمّل في معلمٍ متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$،المستويين $\mathcal{P}$ و $\mathcal{Q}$: $\mathcal{P}:x+2y-z+1=0$ و $\mathcal{Q}:2x+y-z+2=0$

❶ أثبتي أنّ المستويين $\mathcal{P}$ و $\mathcal{Q}$ متقاطعان ثمّ أعطِ تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك d .

❷ اكتبي معادلةً للمستوي R العمودي على كلٍّ من $\mathcal{P}$ و $\mathcal{Q}$ ويمر بالنقطة $A(2,1,-1)$.

يوجد صفحة ثانية يرجى قلب الصفحة

التمرين الثالث: يحتوي صندوق على ست كرات . ثلاث كرات حمراء اللون و كرتان بيضاوان وكرة سوداء اللون .
نسحب من الصندوق ثلاث الكرات على التتالي مع إعادة الكرة المسحوبة في كل مرة .

❶ ما عدد النتائج الممكنة لهذا السحب ؟

❷ ما احتمال الحصول على كرتين اثنتين فقط من اللون نفسه ؟

❸ إذا كانت كرتان اثنتان فقط من اللون نفسه ، ما احتمال الحصول على كرة حمراء واحدة فقط ؟

التمرين الرابع: المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ معرّفة وفق $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \dfrac{3u_n}{1+2u_n}$ عند كل $n \geq 0$.

❶ أثبتي أنّ التابع $f : x \mapsto \dfrac{3x}{1+2x}$ متزايدٌ تماماً . ثمّ استنتجي أنّ $1 \leq u_n \leq 2$.

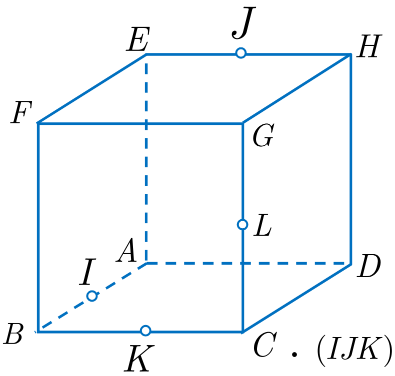
❷ a. أثبتي أنّ $u_{n+1} - u_n = \dfrac{2u_n(1-u_n)}{1+2u_n}$ أياً يكن $n \in \mathbb{N}$. b. استنتجي أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة .

c. أهي متقاربة ؟ عللي إجابتك .

❸ المتتالية $(t_n)_{n\geq 0}$ معرّفة عند كل عدد طبيعي n وفق $t_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n}$. أثبتي أنّ المتتالية $(t_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية
عيني أساسها وحدّها الأول ثمّ اكتبي عبارة t_n بدلالة n واستنتجي عبارة u_n بدلالة n . واحسبي نهاية المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$.

ثالثاً: حلي المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: $ABCDEFGH$ مكعّب فيه I منتصف $[AB]$
و J منتصف $[EH]$ و K منتصف $[BC]$ و L منتصف $[CG]$
ولنختر المعلم المتجانس $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$.



❶ أثبتي أنّ المستقيم (FD) عمودي على المستوي (IJK). ثمّ اكتبي معادلةً للمستوي (IJK) .

❷ أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (FD) . ثمّ أوجدي إحداثيات M نقطة تقاطع المستقيم (FD) مع المستوي (IJK) .

❸ أثبتي أنّ المستقيمين (IJ) و (KL) متقاطعان في نقطة N يطلب إيجاد إحداثياتها .

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \ln(e^{2x} - e^x + 1)$.

❶ أثبتي أنّ $f(x)$ يكتب بالشكل $f(x) = 2x + \ln(1 - e^{-x} + e^{-2x})$

❷ أثبتي أنّ المستقيم d الذي معادلته $y = 2x$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

❸ ادرسي تغيّرات التابع f ونظّمي جدولاً بها .

❹ اكتبي معادلة المماس T للخط البياني C في النقطة التي فاصلتها 0 منه .

❺ ارسمي كلاً من d و T ، ثمّ ارسمي C في المعلم ذاته .

....انتهت الأسئلة..