الاسم :.........

الدرجة: 600

ورقة عمل في مادة الرياضيات (2017-2018)

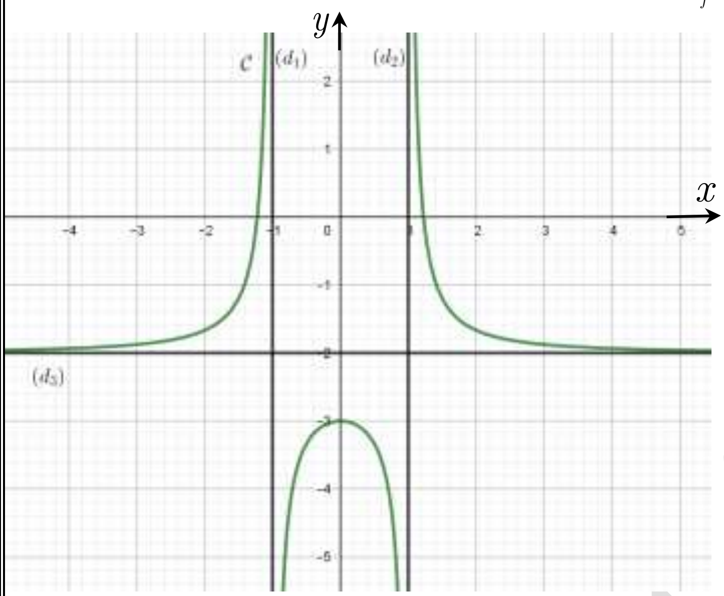
للصف الثالث الثانوي العلمي

مدارس الأوائل النموذجية
الخاصة للبنات

أولاً : **أجبي عن الأسئلة الأربعة الآتية**: (40 **درجة لكل سؤال**)

السؤال الأول : ليكن f التابع المعرّف على $\mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$ ، خطه البياني C_f المرسوم في الشكل المجاور :

و (d_1) و (d_2) و (d_3) ثلاثةُ مستقيماتٍ مقاربة لخطّه البياني C_f .



1. أوجدي نهايات التابع f عند $-\infty$ و $+\infty$ و -1 و 1.
2. ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$ ؟
3. ما مجموعة تعريف التابع $h : x \mapsto \ln(f(x)+2)$ ؟
4. أعِدي نسخ الجدول الآتي إلى ورقة إجابتك ، ثمّ أكملي جدول تغيّرات التابع f :

x	$-\infty$				$\cdots$				$\cdots$				$\cdots$		$+\infty$
$f(x)$	$\cdots$	$\nearrow$	$\cdots$	$\|$	$\cdots$	$\nearrow$	$\cdots$	$\searrow$	$\cdots$	$\|$	$\cdots$	$\searrow$	$\cdots$		

السؤال الثاني : ❶ ليكن العدد العقدي $z = \sqrt{3} + i$

اكتبي z^{1515} بالشكل الجبري .

❷ اكتبي بالشكل الأسي العدد العقدي : $z = (1-\sqrt{3})(1+i)$.

السؤال الثالث : ❶ f تابعٌ يحقق المتراجحة $|f(x)+3| \le x\sqrt{x} - \sqrt{x^3+1}$ أياً تكن $x \ge 0$.

ما نهاية f عند $+\infty$ ؟

❷ ادرسي نهاية التابع $f : x \mapsto \ln x \cdot \cos\left(\dfrac{1}{x-1}\right)$ عند 1 .

السؤال الرابع : في الفضاء المنسوب إلى معلمٍ متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

لدينا النقط $A(1,0,1)$ و $B(2,4,2)$ و $C(3,0,5)$ و $D(5,-4,10)$

❶ أثبتي أنّ الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطياً .

❷ أثبتي أنّ النقاط A و B و C و D تقع في مستوٍ واحد .

ثانياً : **حلي التمارين الستة الآتية** :(60 **درجة لكل سؤال**)

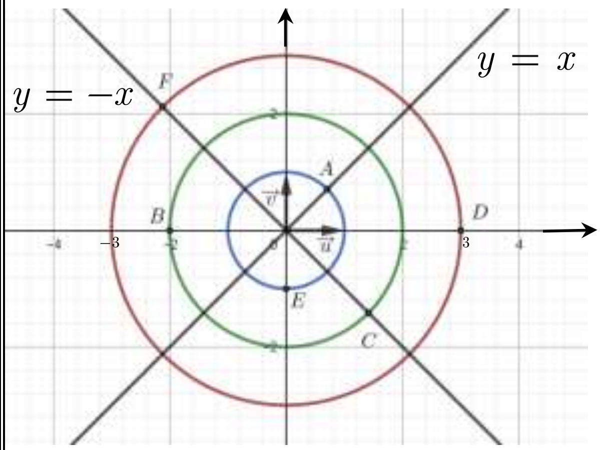
التمرين الأول : f تابعٌ يحقق المتراجحة $1 \le f(x) \le 2$ أياً تكن x من $\mathbb{R}$.

ليكن التابع g المعرّف على المجال $I =]-\infty,0[$ وفق العلاقة : $g(x) = \dfrac{2f(x)+1}{x}$.

❶ أثبتي أنّ $\dfrac{3}{x} \le g(x) \le \dfrac{5}{x}$ أياً كانت $x \in]-\infty,0[$.

❷ استنتجي نهاية التابع g عند $-\infty$ و 0 .

يوجد صفحة ثانية يرجى قلب الصفحة



التمرين الثاني : ❶ في الشكل المرسوم جانباً :

لدينا النقط A و B و C و D و E و F . اكتبي الأعداد العقدية الممثّلة لهذه النقاط بالشكل الأسي ثمّ بالشكل الجبري .

❷ عيّني مجموعة النقاط M الممثّلة للعدد العقدي z الذي يحقق المساواة الآتية : $\arg(\frac{z}{1+i}) = \frac{\pi}{4}$.

التمرين الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $[-1,+\infty[$ وفق $f(x) = \sqrt{x+1} - \frac{x}{2} - 1$

❶ ادرسي تغيّرات التابع f ونظّمي جدولاً بها ودلّي على كل قيمة كبرى أو صغرى محلياً .

❷ استنتجي مجموعة حلول المتراجحة $\sqrt{x+1} < \frac{x}{2} + 1$.

❸ استنتجي أنّ المستقيم d الذي معادلته $y = \frac{x}{2} + 1$ مماس للخط C_g المعيّن بالعلاقة : $g(x) = \sqrt{x+1}$ في النقطة $(0,1)$.

التمرين الرابع : ليكن العدد العقدي $z = (\sqrt{3}+1) + (\sqrt{3}-1)i$.

❶ احسبي z^2 بالشكل الجبري ، ثمّ اكتبي z^2 بالشكل المثلّثي ، واستنتجي $|z^2|$ و $\arg(z^2)$ واحسبي $|z|$ و $\arg(z)$.

❷ اكتبي z بالشكل المثلّثي ، ثمّ استنتجي $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$.

التمرين الخامس : **أولاً** : حلي كلاً من المتراجحتين الآتيتين:

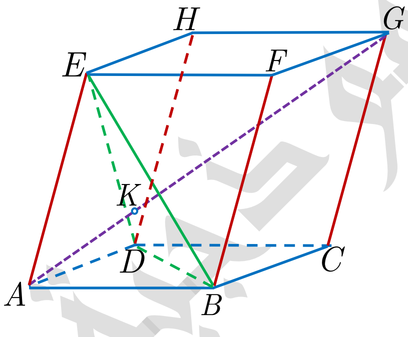
❶ $\ln(x^2+x+1) \geq \ln(x+2)$. ❷ $(\ln x)^2 \geq \ln(\frac{1}{x})$.

ثانياً : أثبتي أنّه أياً كان $x \in \mathbb{R}$ تتحقق المساواة الآتية: $2x^3 - 3x^2 - 17x + 30 = (x-2)\cdot(2x^2+x-15)$.

ثمّ استفيدي من هذه المساواة في حل المعادلة الآتية : $2\ln x + \ln(2x-3) = \ln(17x-30)$.

ثالثاً: حلي المسألتين الآتيتين: (70 **درجة لكل مسألة**)

المسألة الأولى :



$ABCDEFGH$ متوازي سطوح . فيه K نقطة تحقّق $\overrightarrow{BK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BE}$.

❶ برهني أنّ : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AK}$.

❷ اكتبي $\overrightarrow{AG}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AE}$.

❸ استنتجي أنّ النقاط A و K و G تقع على استقامةٍ واحدة .

❹ أثبتي أنّ الأشعة $\overrightarrow{AK}$ و $\overrightarrow{EG}$ و $\overrightarrow{HD}$ مرتبطة خطياً .

المسألة الثانية : ليكن f التابع المعرف على $I =]0,+\infty[$ وفق $f(x) = \sqrt{x} - \ln x$

❶ أثبتي أنّ f اشتقاقي على I ، واحسبي تابعة المشتق $f'(x)$. ❷ نظّمي جدولاً يبيّن جهة اطراد f .

❸ استنتجي من الجدول السابق مجموعة حلول المتراجحة : $\sqrt{x} > \ln x$.

❹ تحقّقي أنّه عند كل $x > 1$ تتحقق المتراجحة $0 < \frac{\ln x}{x} < \frac{1}{\sqrt{x}}$ ، ثمّ استنتجي $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}$

....انتهت الأسئلة..