أجب عن أحد السؤالين الآتيين:

السؤال الأول:

4 ① f قابل للاشتقاق عند 2 لأنه
4 f قابل للاشتقاق عند 1

② $f'(2) = ?$

$f'(2)$ تمثل ميل المماس للخط C في النقطة ذات الفاصلة 2
حيث نلاحظ أن هذا المماس يمر بالنقطتين $(2,0)$ و $(1,2)$

$m = \frac{2-0}{1-2} = \frac{2}{-1}$ ومنه

4 ومنه $f'(2) = -2$

حيث المماس للخط C في النقطة ذات الفاصلة 2

4 $y = f'(2)(x-2) + f(2)$
4 $y = -2(x-2) + 0$
4 $\boxed{y = -2x + 4}$

③ مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) \leq 0$ هي

4+4 $x \in [0,1] \cup [1,+\infty[$

④ مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \geq 0$ هي

4 $x \in]1,2[$

السؤال الثاني:

4 $\vec{AM}(x-2, y-3, z)$

4 $\vec{BM}(x+4, y-1, z+2)$

$\vec{AM} \cdot \vec{BM} = 0$

4 $(x-2)(x+4) + (y-3)(y-1) + z(z+2) = 0$

4 $x^2+2x-8+y^2-4y+3+z^2+2z = 0$

4 $x^2+2x+y^2-4y+z^2+2z = 5$

4 $x^2+2x+1+y^2-4y+4+z^2+2z+1 = 5+1+4+1$

4 $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 11$

4 معادلة المجموعة (S) تمثل كرة مركزها

4 $\Omega(-1, 2, -1)$

4 ونصف قطرها $R = \sqrt{11}$

السؤال الثالث:

4+4 ① $\begin{cases} \ln(x-2) - \ln y = 0 \\ \ln x + \ln y = \ln 24 \end{cases}$

جملة المعادلتين معرفة عندما

2+2 $x \in]2,+\infty[$ و $y > 0$

2 $\begin{cases} \ln(x-2) = \ln y \\ \ln(x \cdot y) = \ln 24 \end{cases}$

2 $\begin{cases} x-2 = y \quad (1) \\ xy = 24 \quad (2) \end{cases}$

2 نعوض (1) في (2)

2 $x(x-2) = 24$

2 $x^2 - 2x - 24 = 0$

2 $(x-6)(x+4) = 0$

2 لدينا $x-6=0 \Rightarrow x=6$

2 ومنه $y = 6-2 = 4$

مقبولين

أو $x = -4$ مرفوض

$S = \{(6,4)\}$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية:

التمرين الأول:

$f(x)=\tan x$

$f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\tan\frac{\pi}{4}=1$ (1.5)

$f'(x)=1+\tan^2 x$ (1.5)

$f'\left(\frac{\pi}{4}\right)=1+1^2=2$ (1.5)

بما أن f مستمر في $x=\frac{\pi}{4}$ فإن: (1.5)

$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{f(x)-f\left(\frac{\pi}{4}\right)}{x-\frac{\pi}{4}}=f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ (5+5)

$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\tan x-1}{x-\frac{\pi}{4}}=2$ (5+5)

التمرين الثاني:

$f(x)=\frac{x-1}{|x|+1}$

(1) يضع تعريف مماس لمنحنى f عند النقطة صفر.

$g(x)=\frac{f(x)-f(0)}{x-0}$ المشتق $\mathbb{R}^*$ (4)

$g(x)=\frac{\frac{x-1}{|x|+1}-(-1)}{x}$ (4)

$g(x)=\frac{x-1+|x|+1}{x(|x|+1)}$ (4)

$g(x)=\frac{x+|x|}{x(|x|+1)}$ (4)

$g(x)=\begin{cases}\frac{x-x}{x(-x+1)} & ; x<0\\ \frac{x+x}{x(x+1)} & ; x>0\end{cases}$ (4 + 4)

$(e^x-1)(e^x-3)\geq 0$ (2)

$(e^x-1)(e^x-3)=0$ (2)

$(e^x-1)=0\Rightarrow e^x=1$ (2)

$x=0$

أو $(e^x-3)=0$ (2)

$e^x=3$ (2)

$x=\ln 3$ (2)

x	$-\infty$	0	$\ln 3$	$+\infty$
$(e^x-1)(e^x-3)$	$+$	0	$-$	0 $+$
الشكل الهندسي	محققة	مرفوضة	محققة	

(2) $x\in]-\infty,0]\cup[\ln 3,+\infty[$

السؤال الرابع:

(40) $z'-w=k(z-w)$

(5) $z'-1-3i=-2(-2+i-1-3i)$ (1)

(5) $z'-1-3i=-2(-3-2i)$

(5) $z'-1-3i=6+4i$

(5) $z'=7+7i$

(5) $b+2-i=e^{i\frac{5\pi}{6}}(a+2-i)$ (2)

(5) $b-(-2+i)=e^{i\frac{5\pi}{6}}(a-(-2+i))$

(5+5) B هي صورة A بدوران مركزه $\Omega(-2+i)$

(5) وزاويته $\frac{5\pi}{6}$

(40)

4 $g(x) = \begin{cases} 0 & ; x < 0 \\ \frac{2x}{x(x+1)} & ; x > 0 \end{cases}$

4 $g(x) = \begin{cases} 0 & ; x < 0 \\ \frac{2}{x+1} & ; x > 0 \end{cases}$

4 $\lim_{x \to 0^-} g(x) = \lim_{x \to 0} (0) = 0 = f'(0)$

4 ومنه f اشتقاقية عن الصفر من اليسار

معادلة نصف المماس من اليسار
المماس عند 0 هو مستقيم معادلته
$y = f'(0)(x-0) + f(0)$

$y = 0 - 1$

4 $\boxed{y = -1}$

(2)

4 $\lim_{x \to 0^+} g(x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{2}{x+1} = 2 = f'(0^+)$

نلاحظ أن

4 $\lim_{x \to 0^-} g(x) \neq \lim_{x \to 0^+} g(x)$

4 ومنه f ليست اشتقاقية عن الصفر

60 **التمرين الثالث:**

4 $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{\sqrt{3}+1+i-1}{\sqrt{3}+1-i-1}$ (1)

4 $= \frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i}$

نضرب بسط ومقام بمرافق المقام

4 $= \frac{(\sqrt{3}+i)^2}{3+1}$

4 $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{3+2\sqrt{3}i-1}{4}$

4+4 $= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = e^{i\frac{\pi}{3}}$

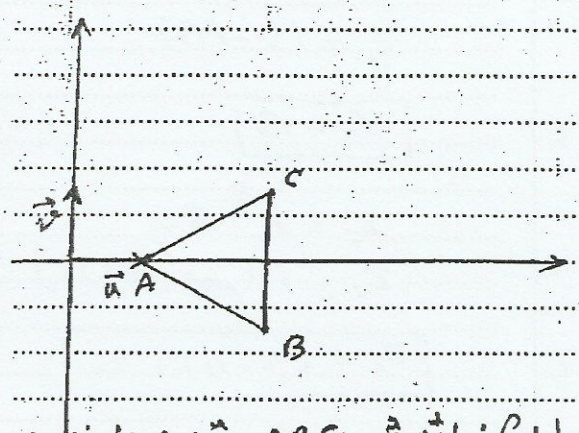
ومنه

4 $z_C - z_A = e^{i\frac{\pi}{3}}(z_B - z_A)$

4 ومنه C صورة B وفق دوران مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{3}$

4 فالمثلث ABC متقايس الأضلاع

(2)



4 بما أن المثلث ABC متقايس الأضلاع فإن $ADBC$ معين

4 حتى يكون $ADBC$ معيناً يكفي أن يكون ABC متقايس الأضلاع.

أي أن يتحقق الشرط

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$

4 $z_{AD} = z_{CB}$

$z_D - z_A = z_B - z_C$

4 $z_D = z_A + z_B - z_C$

4 $z_D = 1 + \sqrt{3} + 1 - i - \sqrt{3} - 1 - i$

4 $\boxed{z_D = 1 - 2i}$

60

التمرين الرابع :

2 $z_N - z_L = -1(z_M - z_L)$ (1)

$z_N - 1 + i = -1(-i\sqrt{3} - 1 + i)$

2 $z_N - 1 + i = +i\sqrt{3} + 1 - i$

2 $\boxed{z_N = 2 + (\sqrt{3} - 2)i}$

(2)

2 $z_A = e^{i\frac{\pi}{2}} z_M$

$z_A = i(-i\sqrt{3})$

2 $\boxed{z_A = \sqrt{3}}$

$z_C = e^{i\frac{\pi}{2}} z_N$

2 $z_C = i(2 + (\sqrt{3} - 2)i)$

2 $\boxed{z_C = (2 - \sqrt{3}) + 2i}$

2 $z_D = z_M + 2i$ (3)

$z_D = -i\sqrt{3} + 2i$

2 $\boxed{z_D = (2 - \sqrt{3})i}$

2 $z_B = z_N + 2i$

$z_B = 2 + (\sqrt{3} - 2)i + 2i$

2 $\boxed{z_B = 2 + \sqrt{3}i}$

(4)

2 $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B} = \frac{\sqrt{3} - 2 - \sqrt{3}i}{(2 - \sqrt{3}) + 2i - 2 - \sqrt{3}i}$

2 $= \frac{(\sqrt{3} - 2) - \sqrt{3}i}{-\sqrt{3} + (2 - \sqrt{3})i}$

2 $= \frac{(2 - \sqrt{3})i^2 - \sqrt{3}i}{-\sqrt{3} + (2 - \sqrt{3})i}$

2 $= \frac{i(-\sqrt{3} + (2 - \sqrt{3})i)}{-\sqrt{3} + (2 - \sqrt{3})i}$

2 $= i$

$\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B} = i$

2 $\arg\left(\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}\right) = \arg(i)$

$(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) = \frac{\pi}{2}$

2 $\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{BA}$ متعامدان

فالمثلث ABC قائم في B

2 $\left|\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}\right| = |i|$

$\frac{|z_A - z_B|}{|z_C - z_B|} = 1$

2 $\frac{BA}{BC} = 1$

2 $\boxed{BA = BC}$

2 المثلث ABC متساوي الساقين

2 وبما أن المثلث ABC قائم في B ومتساوي الساقين.

2 $z_{\overrightarrow{BA}} = z_A - z_B = 2 + \sqrt{3}i - \sqrt{3}$ (5)

2 $z_{\overrightarrow{AB}} = (2 - \sqrt{3}) + \sqrt{3}i$

2 $z_{\overrightarrow{DC}} = z_C - z_D = (2 - \sqrt{3}) + 2i - (2 - \sqrt{3})i$

2 $= (2 - \sqrt{3}) + \sqrt{3}i$

2 نلاحظ أن $z_{\overrightarrow{AB}} = z_{\overrightarrow{DC}}$

ومنه $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

2 فالشكل ABCD متوازي أضلاع وفيه زاوية قائمة

2 $\hat{B} = \frac{\pi}{2}$ ومستطيل وفيه ضلعان متتاليان

2 متساويان $BA = BC$ فهو مربع.

المسألة الأولى:

(1) $E(0,0,2)$ ، $A(2,0,0)$

$F(2,0,2)$ ، $B(2,2,0)$ 3+3

$H(0,2,2)$ ، $D(0,2,0)$

$G(2,2,2)$ ، $C(2,2,0)$

(2) M منتصف $[AE]$

3 $M(0,0,1)$

N نقطة كيفية:

$\overrightarrow{BG} = 2\sqrt{2}\,\overrightarrow{BN}$

نبرهن أن $N(x,y,z)$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = 2\sqrt{2}\begin{pmatrix} x-2 \\ y \\ z \end{pmatrix}$ 3+3

3 $2\sqrt{2}x - 4\sqrt{2} = 0 \Rightarrow \boxed{x=2}$

3 $2\sqrt{2}y = 2 \Rightarrow \boxed{y = \frac{1}{\sqrt{2}}}$

3 $2\sqrt{2}z = 2 \Rightarrow \boxed{z = \frac{1}{\sqrt{2}}}$

3 $N\left(2, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

(3) I منتصف $[AB]$

3 $I(1,0,0)$

J منتصف $[MN]$ ومنه

3 $J\left(1, \frac{1}{2\sqrt{2}}, \frac{1+\frac{1}{\sqrt{2}}}{2}\right)$

3 $\boxed{J\left(1, \frac{1}{2\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{2}+1}{2\sqrt{2}}\right)}$

3 $\boxed{\overrightarrow{IJ}\left(0, \frac{1}{2\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{2}+1}{2\sqrt{2}}\right)}$

$\overrightarrow{MN}\left(2, \frac{1}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} - 1\right)$

3 $\boxed{\overrightarrow{MN}\left(2, \frac{1}{2\sqrt{2}}, \frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)}$

٣٤

المسألة الثانية:

3 $\overrightarrow{IJ}\cdot\overrightarrow{MN} = 0 + \frac{1}{8} + \frac{1-2}{8}$

3 $= \frac{1}{8} - \frac{1}{8} = 0$

3 ومنه $(MN) \perp (IJ)$

3 $\overrightarrow{AB}(2,0,0)$

3 $\overrightarrow{IJ}\cdot\overrightarrow{AB} = 0 + 0 + 0 = 0$

3 ومنه $(AB) \perp (IJ)$

3 بما أن $\overrightarrow{MN}$ ، $\overrightarrow{AB}$ غير

مرتبطة خطيا لأنها مركبات

3 غير متناسبة $\frac{2}{2} \neq \frac{0}{\frac{1}{2\sqrt{2}}}$

3 فالمستقيمان (AB) ، (MN)

في مستو واحد.

(4) $B(2,0,0)$

5 $\vec{n} = \overrightarrow{MN}\left(2, \frac{1}{2\sqrt{2}}, \frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)$

5 $2(x-2) + \frac{1}{2\sqrt{2}}(y-0) + \frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}(z-0) = 0$

3 $\boxed{2x + \frac{1}{2\sqrt{2}}y + \left(\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)z - 4 = 0}$

60

(51)

المسألة الثانية:

$f(x) = \dfrac{1+\ln x}{x}$

① f معرفة على $]0,+\infty[$

$\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -\infty$

ومنه $x=0$ مستقيم مقارب عمودي.

عند $+\infty$:

$f(x) = \left(\dfrac{1}{x}\right) + \left(\dfrac{\ln x}{x}\right)$ (4+4)

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$

ومنه $y=0$ مستقيم مقارب أفقي.

② f قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$

$f'(x) = \dfrac{\frac{1}{x}x - 1(1+\ln x)}{x^2}$

$f'(x) = \dfrac{1-1-\ln x}{x^2}$

$f'(x) = \dfrac{-\ln x}{x^2}$

$f'(x)=0$ تعني $\ln x = 0$

ومنه: $x=1$

$f(1)=1$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	1	↘	0

③ نقطة تقاطع C مع محور الفواصل

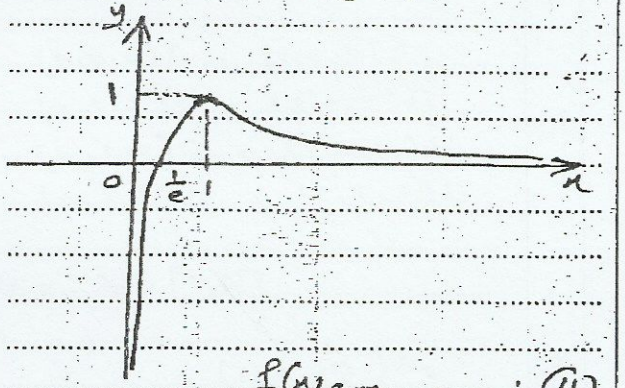
$f(x)=0$

تعني $1+\ln x = 0$

تعني $\ln x = -1$

تعني $x = e^{-1} = \dfrac{1}{e}$

$\left(\dfrac{1}{e}, 0\right)$



④ $f(x)=m$:

المناقشة:

■ عندما $m \in]-\infty, 0]$ يكون للمعادلة حل وحيد

■ عندما $m \in]0,1[$ يكون للمعادلة $f(x)=m$ حلان

■ عندما $m=1$ يكون للمعادلة $f(x)=m$ حل وحيد

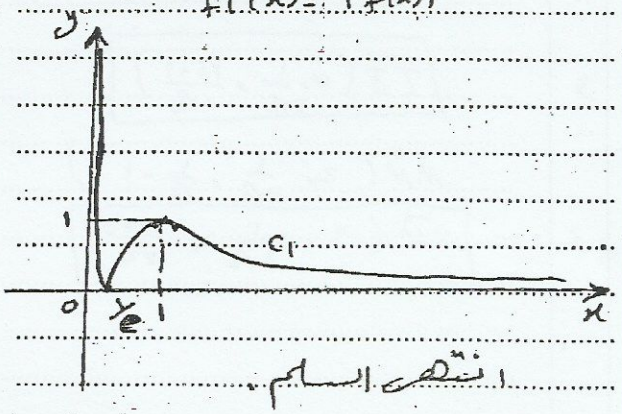
■ عندما $m \in]1,+\infty[$ ليس للمعادلة $f(x)=m$ أي حلول.

⑤ $f_1(x) = \dfrac{|1+\ln x|}{x}$

لدينا $x>0$ أي $x=|x|$

$f_1(x) = \dfrac{|1+\ln x|}{|x|} = \left|\dfrac{1+\ln x}{x}\right|$

$f_1(x) = |f(x)|$



انتهى السلم.

100

٣٥ ٣٥