أولاً: أجيب عن الأسئلة الآتية:

السؤال الأول:

4 (1) $f'(0)=0$ ، f اشتقاقي عند (0)

3 $f(0)=0$ ليست قيمة حدية محلياً

2 لأن f' لم تغيّر إشارته بجوار (0)

4 (2) $f(1)=0$ قيمة كبرى محلياً لأنه

3 إذا اخترنا مجالاً مفتوحاً $]0,2[=I$ يضم 0 ويحقق الشرط:

3 أياً يكن $x \in D \cap I = J$ فإن $f(x) \le f(1)$

(3) القيم الحدية محلياً:

3 $f(1)=0$ قيمة كبرى محلياً

3 $f(2)=-1$ قيمة صغرى محلياً

3 $f(4)=3$ قيمة كبرى محلياً

4 (4) f ليس اشتقاقياً عند $x=1$ لأن

4 f ليس مستمراً عند $x=1$

(5) مجموعة حلول المتراجحة $f(x)>0$ هي

4 $x \in]2, 4]$

السؤال الثاني:

$f(x)=\ln(e^x+1)$

f معرف على $]-\infty,+\infty[$

$\lim_{x\to-\infty}(e^x+1)=1$

6 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{X\to 1} \ln X = 0$

6 ومنه $\boxed{y=0}$ مستقيم مقارب أفقي منطبق على xx'

$\lim_{x\to+\infty}(e^x+1)=+\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{X\to+\infty} \ln X = +\infty$

وطالبه إثبات وجود مقارب مائل للخط في جوار $+\infty$

4 $f(x)=\ln\left(e^x\left(\frac{2}{e^x}+1\right)\right)$

4 $=\ln e^x + \ln\left(\frac{2}{e^x}+1\right)$

4 $f(x)=x+\ln\left(\frac{2}{e^x}+1\right)$

4 بفرض $D: y=x$

4 $f(x)-x=\ln\left(\frac{2}{e^x}+1\right)$

4 $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-x)=0$

4 ومنه $D: \boxed{y=x}$ مستقيم مقارب مائل للخط c في جوار $+\infty$

40 **السؤال الثالث:**

$A(2,-2,3)$ و $B(4,-3,-1)$

$P: 2x-y+3z-4=0$

3 (1) $\vec{n_P}(2,-1,3)$

3 $\vec{AB}(2,-1,-4)$

نلاحظ أن الشعاعين $\vec{AB}$ و $\vec{n_P}$

3 غير مرتبطين خطياً لأن مركباتهما غير متناسبة $\left(\frac{-1}{-1} \neq \frac{3}{-4}\right)$ فالمستقيم (AB) لا يعامد المستوي P

بفرض $\vec{n_Q}(a,b,c)$ شعاع ناظم للمستوي ومنه $\vec{AB} \perp \vec{n_Q}$ وبالتالي

3 $\vec{n_Q}\cdot\vec{AB}=0$

(1) ---- $\boxed{2a-b-4c=0}$

و $\vec{n_P} \perp \vec{n_Q}$ ومنه

3 (2) ---- $\boxed{2a-b+3c=0}$

3 بفرض $\boxed{b=1}$ نجد

$2a+3c=1$

$2a-4c=1$

3 بالطرح $7c=0$

ومنه $\boxed{c=0}$ بتعويض

3 $2a-1=0 \Rightarrow \boxed{a=\frac{1}{2}}$

$\vec{n_Q}=\left(\frac{1}{2},1,0\right)$

3 $\boxed{\vec{n}=2\vec{n_Q}=(1,2,0)}$ شعاع ناظم على Q

معادلة المستوي Q هي:

$1(x-2)+2(y+2)+0(z-3)=0$

3 Q : $\boxed{x+2y+2=0}$

3 $dist(B,P)=\frac{|2(4)-1(-3)+3(-1)-4|}{\sqrt{(2)^2+(-1)^2+(3)^2}}$ (2)

3 $=\frac{4}{\sqrt{14}}=R$

نصف قطر الكرة

معادلة الكرة هي:

4 $\boxed{(x-4)^2+(y+3)^2+(z+1)^2=\frac{16}{14}}$

40

السؤال الرابع:

$E=\{1,2,3,4,5,6,7\}$

الحل: طريقة أولى:

آحاد، عشرات، مئات

5×4 حالة 1 رقم الآحاد 6 $4\times5\times1=20$

5×4 حالة 2 رقم الآحاد 2 أو 4 $3\times5\times2=30$

عدد الطرق $=20+30=50$

طريقة ثانية:

آحاد، عشرات، مئات

5×4 حالة أولى رقم المئات 1 أو 3 $2\times5\times3=30$

آحاد، عشرات، مئات

5×4 حالة ثانية رقم المئات 2 أو 4 $2\times5\times2=20$

عدد الطرق $=30+20=50$

40

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية:

التمرين الأول:

4 $u_n=u_1\,q^{n-1}$ (1)

4 $u_n=2\,e^{n-1}$

$w_n=\ln(u_n)$ (2)

4 $w_{n+1}-w_n=\ln(u_{n+1})-\ln(u_n)$

4 $=\ln\left(\frac{u_{n+1}}{u_n}\right)$

4 $=\ln e=1=r$

4 فالمتتالية $(w_n)_{n\geq0}$ حسابية أساسها 1

4 وبما أن $w_{n+1}-w_n=1>0$

4 كانت المتتالية $(w_n)_{n\geq0}$ متزايدة تماماً

4 $w_2+w_3+\dots+w_{12}=\frac{\text{عدد الحدود}}{2}(w_2+w_{12})$

4 عدد الحدود $=12-2+1=11$

4 $w_2=\ln u_2=\ln(2e)$

4 $w_{12}=\ln u_{12}=\ln(2e^{11})$

4 $w_2+w_3+\dots+w_{12}=\frac{11}{2}\left(\ln(2e)+\ln(2e^{11})\right)$

4 $=\frac{11}{2}\ln(4e^{12})$

$=\frac{11}{2}(\ln4+12)$

4 $=11\ln2+66$

60

التمرين الثاني :

① ح ح ح أو ح ، ح ، ح

15 للتوافيق
3 للضرب $\binom{3}{1} \cdot \binom{9}{2} + \binom{9}{3}$
3 للجمع
6 للأجوبة $(3 \times 36) + 84 = 192$
3 للجواب النهائي

١١١ أو ١١١ أو ١٠١

15 للتوافيق
9 للضرب والجمع $\binom{4}{1} \cdot \binom{8}{2} + \binom{4}{2} \cdot \binom{8}{1} + \binom{4}{3}$

6 للأجوبة $4 \times 28 + 48 + 4$

$= 112 + 48 + 4 = 164$

حالات عدم ظهور الأحمر – عدد الحالات الكلي

8×2 طريقة (2) : $\binom{12}{3} - \binom{8}{3}$
4 للطرح

4×2 $\frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2} - \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1}$

2 $220 - 56 = 164$

60

التمرين الثالث :

$h(x) = f(\tan x)$

10 $h'(x) = (\tan x)' \cdot f'(\tan x)$

10 $= (1+\tan^2 x) \cdot \frac{1}{1+\tan^2 x}$

10 $= 1$

5 $h(0) = f(\tan 0) = f(0) = 0$

5 h اشتقاقي عند 0

10 $\lim_{x \to 0} \frac{h(x) - h(0)}{x - 0} = h'(0)$

10 $\lim_{x \to 0} \frac{h(x) - 0}{x} = 1$

60

التمرين الرابع :

4 ① B صورة K وفق دوران مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$

4 $z_B = e^{i\frac{\pi}{2}} z_K \Rightarrow b = iK$

4 ومنه $\boxed{K = -ib}$

4 M صورة C وفق دوران مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$

4 $z_M = e^{i\frac{\pi}{2}} z_C$

4 ومنه $\boxed{m = ic}$

4 ولدينا $\boxed{d = -b}$ فرضاً

4 ② $\frac{m-k}{c-d} = \frac{ic+ib}{c-(-b)}$

4 $= \frac{i(c+b)}{c+b} = i$

$\frac{m-k}{c-d} = i$

4 +4 $\arg\left(\frac{m-k}{c-d}\right) = \arg(i) = \frac{\pi}{2}$

$(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{KM}) = \frac{\pi}{2}$

4 ومنه $(KM) \perp (CD)$

4 +4 $\left|\frac{m-k}{c-d}\right| = |i| = 1$

$\frac{|m-k|}{|c-d|} = 1$

$\frac{KM}{DC} = 1$

4 $\boxed{KM = DC}$

60

ثالثاً: حل كلاً من المسألتين الآتيتين:

المسألة الأولى:

(1) $A(0,0,0)$ ، $E(0,0,2)$ 2+2

$B(2,0,0)$ ، $F(2,0,2)$ 2+2

$C(2,2,0)$ ، $G(2,2,2)$ 2+2

$D(0,2,0)$ ، $H(0,2,2)$ 2+2

$I(1,1,0)$ ، $J(2,1,1)$ 2+2

$K(1,2,1)$ ، $L(0,1,1)$ 2+2

$M(1,0,1)$ ، $N(1,1,2)$ 2+2

(2) $\overrightarrow{ML}(-1,1,0)$ 2

$\overrightarrow{IN}(0,0,2)$ 2

$\overrightarrow{NC}(1,1,-2)$ 2

$\overrightarrow{ML}\cdot\overrightarrow{IN}=(-1)(0)+(1)(0)+(0)(2)$ 2

$=0$ 2

ومنه $(ML)\perp(IN)$ ....(1) 2

$\overrightarrow{ML}\cdot\overrightarrow{NC}=(-1)(1)+(1)(1)+(0)(-2)$ 2

$=-1+1+0=0$ 2

ومنه $(ML)\perp(NC)$ ...(2) 2

وطالما $\overrightarrow{IN}$ و $\overrightarrow{NC}$ غير مرتبطين خطياً

لأن مركباتهما غير متناسبة $(\frac{0}{1}\neq\frac{2}{-2})$

فهما شعاعا توجيه للمستوي (NCI)

ومن (1) و (2) نستنتج أن

(ML) عمودي على المستوي (NCI)

إذن الشعاع $\overrightarrow{ML}(-1,1,0)$ ناظم على المستوي 2

معادلة المستوي (NCI)

$-1(x-1)+1(y-1)+0(z-0)=0$ 2

$\boxed{-x+y=0}$ 2

(3) نعوض $N(1,1,2)$ في المعادلة $x-y+z=2$

$1-1+2=2$ 2

محققة $2=2$

نعوض $J(2,1,1)$ في المعادلة $x-y+z=2$

$2-1+1=2$ 2

محققة $2=2$

نعوض $M(1,0,1)$

$1-0+1=2$ 2

محققة $2=2$

ومنه المعادلة $x-y+z=2$ هي المعادلة الديكارتية للمستوي (NJM) 2

شعاع ناظم هو $\vec{n}(1,-1,1)$

$\overrightarrow{DF}(2,-2,2)$ 2

$\overrightarrow{DF}=2\vec{n}$ 2

الشعاعان $\overrightarrow{DF}$ و $\vec{n}$ مرتبطان خطياً

فالمستقيم (DF) عمودي على المستوي (NJM) 2

(4) $\begin{cases}-x+y=0\\ x-y+z=2\end{cases}$

$\begin{cases}y=x\\ -y+z=-x+2\end{cases}$ 3

نعوض $x=t$ فنجد 3

$y=t$

$-t+z=-t+2$ 3

$\boxed{z=2}$

$d:\begin{cases}x=t\\ y=t\\ z=2\end{cases}\ ;\ t\in\mathbb{R}$ 3

$\overrightarrow{NE}(1,1,0)$ 3

$\vec{u}_d(1,1,0)$ 3

$\overrightarrow{NE}$ و $\vec{u}_d$ مرتبطان خطياً و $E(0,0,2)$ 3

تنتمي إلى المستقيم d (موافقة لـ $t=0$)

فالمستقيم d هو نفسه المستقيم (NE). 3

(5)

$\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}8\\2\end{pmatrix}=10$ 4+4

مثلاً

المسألة الثانية :

4 ① $f(0)=2$

– $f'(0)$ تعني هندسياً ميل المماس للخط c في النقطة التي فاصلتها 0 وهو عبر بالنقطتين $(0,2)$ و $(1,0)$

4+4 $m = \frac{2-0}{0-1} = -2 = f'(0)$

② $f(x) = a + (x+b)\,e^{-x}$

4 a. $f'(x) = 1\,e^{-x} - e^{-x}(x+b)$

4 $f'(x) = e^{-x}(1-x-b)$

b. $f(0)=2$ ومنه

4 1) $\boxed{a+b=2}$

$f'(0)=-2$ ومنه

4 2) $\boxed{1-b=-2}$

4 من 2) فإن $\boxed{b=3}$

نعوض في 1)

$a+3=2$

4 $\boxed{a=-1}$

فالتابع المطلوب هو :

$f(x) = -1 + (x+3)\,e^{-x}$

③ a) عند $+\infty$

4+4 $f(x) = -1 + \frac{x}{e^x} + \frac{3}{e^x}$

4 $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -1$

4 ومنه $\boxed{y=-1}$ مستقيم مقارب أفقي للخط c في جوار $+\infty$

عند $-\infty$: بما أن

$\lim_{x\to-\infty}(x+3) = -\infty$

$\lim_{x\to-\infty} e^{-x} = +\infty$

4 فإن $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

b) f مستمر ومشتق على $]-\infty,+\infty[$

4 $f'(x) = e^{-x}(-2-x)$

4 $f'(x)=0$ يعني $-2-x=0$ ومنه $\boxed{x=-2}$

4 $f(-2) = -1+e^2$

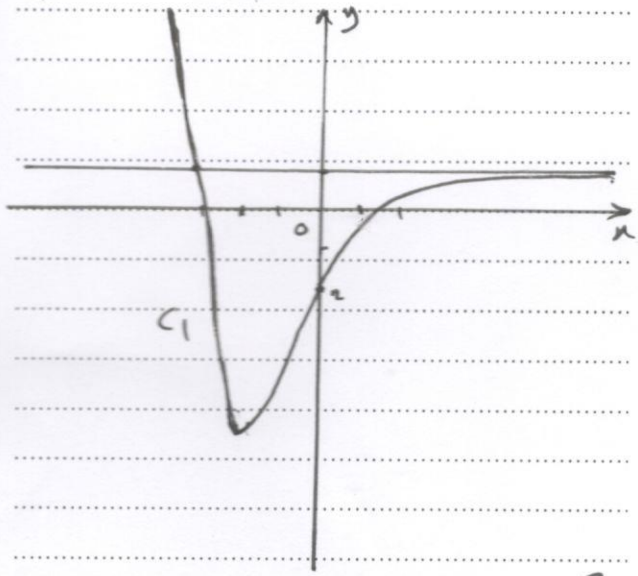
x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$-1+e^2$	↘	-1

c. $f_1(x) = 1-(x+3)\,e^{-x}$

4 $f_1(x) = -(-1+(x+3)\,e^{-x})$

4 $= -f(x)$

ومنه c_1 هو نظير c بالنسبة إلى $x'x$

4 

④ $u_n = f(n)$

4 وجدنا f متناقص تماماً على $[0,+\infty[$ ومنه

4 فالمتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متناقصة تماماً.

انتهت الأجوبة