أولاً

10 $V = \int_0^3 \pi f^2(x)\, dx$

$f(x) = 2x\sqrt{9-x^2}$

5 $V = \int_0^3 \pi \cdot 4x^2(9-x^2)\, dx$

5 $V = \int_0^3 4\pi(9x^2 - x^4)\, dx$

5+5 $V = 4\pi\left[3x^3 - \frac{x^5}{5}\right]_0^3$

10 $V = 4\pi\left[3(27) - \frac{(81)(3)}{5} - 0\right]$

$= 4\pi\left(81 - \frac{243}{5}\right]$

$= 4\pi\left[\frac{405-243}{5}\right] = 4\pi\frac{162}{5}$

10 $\boxed{V = \frac{648}{5}\pi}$

المجموع 50

ثانياً التمرين الأول

C_1 خطه البياني $f_1(x) = x^4$

C_2 خطه البياني $f_2(x) = x$

نقاط تقاطع C_1 و C_2 نأخذ

5 $f_1(x) = f_2(x)$

5 $x^4 = x \Leftrightarrow x^4 - x = 0$

5 $x(x^3-1) = 0$

10 $\boxed{x=0}$ أو $\boxed{x=1}$

5+5 نقطتين مشتركتين $(0,0)$, $(1,1)$

في المجال $[0,1]$ نلاحظ $f_2(x) \geq f_1(x)$

5 $S = \int_0^1 (f_2(x) - f_1(x))\, dx$

$S = \int_0^1 (x - x^4)\, dx$

5 $S = \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{5}\right]_0^1$

$S = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) - (0-0)$

5 $S = \frac{3}{10}$

المجموع 50

التمرين الثاني

$Z = \frac{1-2i}{(1+2i)^2} - \frac{1+2i}{(1-2i)^2}$

نكتب بالشكل الجبري

5+5 $Z = \frac{1-2i}{1+4i+4i^2} - \frac{1+2i}{1-4i+4i^2}$

5+5 $Z = \frac{1-2i}{-3+4i} - \frac{1+2i}{-3-4i}$

5
5 $Z = \frac{(1-2i)(-3-4i) - (1+2i)(-3+4i)}{(-3+4i)(-3-4i)}$

5
5 $Z = \frac{-3-4i+6i+8i^2 - (-3+4i-6i+8i^2)}{9+16}$

10 $Z = \frac{-11+2i-(-11-2i)}{25}$

10 $Z = \frac{4}{25}i$

المجموع 60

التمرين الثالث

$\vec{u}(1,-1,2)$, $\vec{v}(2,3,-1)$

$M(2,0,1)$

المستوي P مار من M ويوازي المتجهين $\vec{u}$, $\vec{v}$

الحل: نلاحظ أن $\vec{u}$, $\vec{v}$ غير مرتبطين خطياً

10 لأن أحدهما لا ينتج عن الآخر بضربه بعدد حقيقي

تتمة السؤال الثالث

معادلة المستوي المطلوب

(20) $\begin{vmatrix} x-2 & y-0 & z-1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 0$

(10) $(x-2)\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} - y\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + (z-1)\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 0$

(10) $(x-2)(1-6) - y(-1-4) + (z-1)(3+2) = 0$

$-5(x-2) + 5y + 5(z-1) = 0$

$-5x + 10 + 5y + 5z - 5 = 0$

(10) $-5x + 5y + 5z + 5 = 0$

نقسم على 5

(10) $P: -x + y + z + 1 = 0$

المجموع 60

ثالثاً: C الخط البياني للدالة f المعرفة على R

نضع $f(x) = \frac{1}{2}e^{x} + \frac{1}{2}e^{-x}$

1) دراسة اطراد الدالة

(5) f معرفة ومستمرة واشتقاقية على R

(5) $f'(x) = \frac{1}{2}e^{x} - \frac{1}{2}e^{-x}$

$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}e^{x} - \frac{1}{2}e^{-x} = 0 \Rightarrow$

(5) $\frac{1}{2}e^{x} = \frac{1}{2}e^{-x} \Rightarrow x = 0 \Rightarrow$

(5) $f(0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

(5)

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	1	$\nearrow$	

(5) من هذا الجدول نجد أياً كان $x \in R$

(5) فإن $f(x) \geq 1$

(5) إذاً $f(0) = 1$ قيمة صغرى شاملة

(5) 2) $L = \int_{0}^{\ln 3} \sqrt{1 + f'^{2}(x)}\, dx$

$f'(x) = \frac{1}{2}e^{x} - \frac{1}{2}e^{-x} \Rightarrow$

(5) $f'^{2}(x) = \left(\frac{1}{2}e^{x} - \frac{1}{2}e^{-x}\right)^{2} = \frac{1}{4}e^{2x} - \frac{1}{2}e^{x}e^{-x} + \frac{1}{4}e^{-2x}$

(5) $f'^{2}(x) = \frac{1}{4}e^{2x} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}e^{-2x} \Rightarrow$

(5) $1 + f'^{2}(x) = \frac{1}{4}e^{2x} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}e^{-2x}$

(5) $1 + f'^{2}(x) = \left(\frac{1}{2}e^{x} + \frac{1}{2}e^{-x}\right)^{2}$

$\sqrt{1 + f'^{2}(x)} = \left|\frac{1}{2}e^{x} + \frac{1}{2}e^{-x}\right|$

(5) $\sqrt{1 + f'^{2}(x)} = \frac{1}{2}e^{x} + \frac{1}{2}e^{-x}$

$L = \int_{0}^{\ln 3} \left(\frac{1}{2}e^{x} + \frac{1}{2}e^{-x}\right) dx$

(5) $L = \left[\frac{1}{2}e^{x} - \frac{1}{2}e^{-x}\right]_{0}^{\ln 3}$

$L = \left(\frac{1}{2}e^{\ln 3} - \frac{1}{2}e^{-\ln 3}\right) - \underbrace{\left(\frac{1}{2}e^{0} - \frac{1}{2}e^{0}\right)}_{0}$

$L = \frac{1}{2}(3) - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)$

$L = \frac{3}{2} - \frac{1}{6} = \frac{9-1}{6}$

(5) $L = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

80

السؤال الثاني المعطيات

$F(0,4)$, $F'(0,-4)$

أحد مقاربي القطع $3y - \sqrt{7}x = 0$

الحل

(10) $x_F = x_{F'} = 0$

فالمحور المحرقي منطبق على $y'y$

(10) مركز القطع في منتصف FF' أي مركز القطع في المبدأ $O(0,0)$

مدارس الأوائل النموذجية الخاصة للبنات

سلم الرياضيات – الثالث الثانوي العلمي – النموذج (D)

ص 3

تتمة السؤال الثاني (قطع ع)

معادلة القطع بالشكل

(10) $\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a^2}=1$

(10) $\boxed{c=4} \Leftarrow \begin{cases}F(0,c)\\F(0,4)\end{cases}$

$c^2=a^2+b^2$

(10) $\boxed{16=a^2+b^2}$ ①

ميل المقارب المرفوض $m=\frac{\sqrt{7}}{3}$

لكن $m=\frac{b}{a}$

إذاً

(10) $b=\frac{\sqrt{7}}{3}a \Leftarrow \frac{b}{a}=\frac{\sqrt{7}}{3}$

نعوض في ①

$16=a^2+\frac{7}{9}a^2 \Rightarrow 16=\frac{16a^2}{9}$

(10) $a^2=9 \Rightarrow a=3 \Rightarrow$

(10) $b=\frac{\sqrt{7}}{3}(3) \Rightarrow b=\sqrt{7}$

تصبح معادلة القطع

(10) $\frac{y^2}{7}-\frac{x^2}{9}=1$

المجموع $\boxed{90}$

السؤال الثالث I

تحليل المقدار $27Z^3-8$

(10) $27Z^3-8=(3Z-2)(9Z^2+6Z+4)$

(5) $=(3Z-2)\cdot 9\left[Z^2+\frac{6}{9}Z+\frac{4}{9}\right]$

(5) $=(3Z-2)\cdot 9\left[Z^2+\frac{2Z}{3}+\frac{4}{9}\right]$

نتمم لمربع كامل

(10) $=9(3Z-2)\left[\underbrace{Z^2+\frac{2Z}{3}+\frac{1}{9}}-\frac{1}{9}+\frac{4}{9}\right]$

(5) $=9(3Z-2)\left[\left(Z+\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{3}\right]$

(5) $27Z^3-8=9(3Z-2)\left[\left(Z+\frac{1}{3}\right)^2-\frac{1}{3}i^2\right]$

(10) $27Z^3-8=9(3Z-2)\left(Z+\frac{1}{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}i\right)\left(Z+\frac{1}{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}i\right)$ (10)

المجموع $\boxed{50}$

II حساب $Z=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)^{60}$

(10) نكتب $w=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ بالشكل الأسي

(10) $|w|=\sqrt{\frac{3}{4}+\frac{1}{4}}=1$

توجد $\theta\in\mathbb{R}$ بحيث

(10) $\theta=\frac{\pi}{6} \Leftarrow \begin{cases}\cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \sin\theta=\frac{1}{2}\end{cases}$

(10) $w=e^{\frac{\pi}{6}i}$ نعوض في Z

(5) $Z=\left(e^{\frac{\pi}{6}i}\right)^{60}$

(5) $Z=e^{10\pi i}=e^{0i}=1$

المجموع $\boxed{40}$

رابعاً

$f(x)=x-\ln x$

1) دراسة التغيرات

(5) f معرّفة ومستمرة واشتقاقية على المجال $]0,+\infty[$

(5) $\lim_{x\to 0^{>}} f(x)=\infty$

(5) $\boxed{x=0}$: Δ مستقيم مقارب منطبق على y' والتقارب في جهة oy^+

$\lim_{x\to\infty} f(x)$ (حالة عدم تعيين)

$f(x)=x\left[1-\frac{\ln x}{x}\right]$

$\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty[1-0]$

(5) $\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty$

تتمة مسألة التحليل

(5) $f'(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$

(5) $f'(x) = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 1}$

(5) $f(1) = 1$

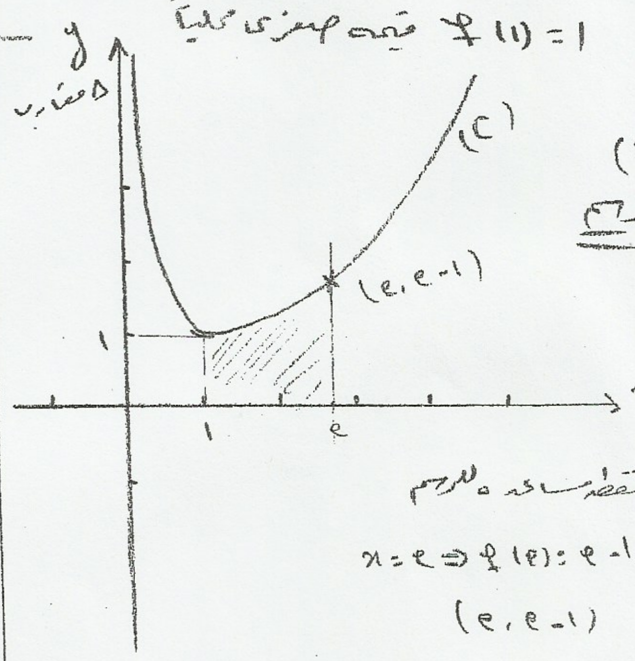
x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

(5) (5)

(5) $f(1) = 1$ قيمة صغرى محلية

50

(2 الرسم (5)



نقطة مساعدة للرسم

$x = e \Rightarrow f(e) = e - 1$

$(e, e-1)$

(5) $f_1(x) = -x - \ln\left(\frac{1}{x}\right)$ معرفة عندما

$D_1 =]0, +\infty[\quad x > 0$

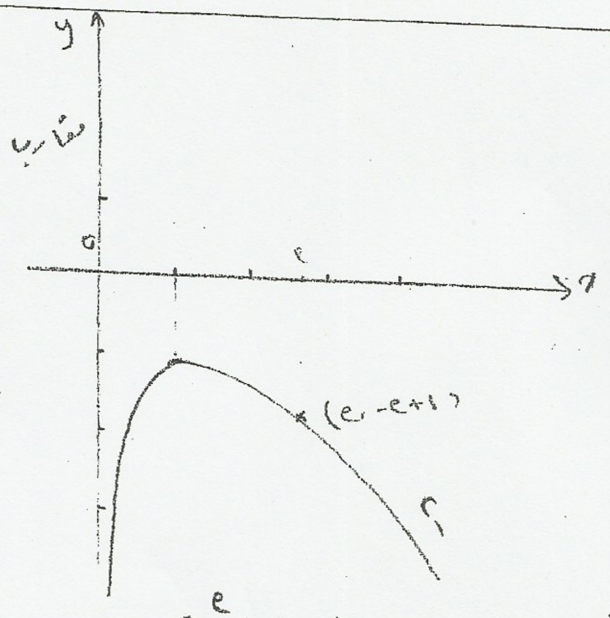
(5) $f_1(x) = -x - (-\ln x)$

$f_1(x) = -x + \ln x$

(5) $f_1(x) = -(x - \ln x)$

$f_1(x) = -f(x)$

(5) إذاً C_1 نظير C بالنسبة للمحور $x'x$



الرسم (5)

30

(3

(5) $S = \int_1^e f(x)\,dx$

(5) $S = \int_1^e x - \ln x \, dx$

$S = \int_1^e x\,dx - \underbrace{\int_1^e \ln x\,dx}$

$S = \left[\frac{x^2}{2}\right]_1^e - I$

(5) $S = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} - I \quad *$

نحسب I

$I = \int_1^e \ln x\,dx$

تكامل بالتجزئة

(5) $u = \ln x \Rightarrow u' = \frac{1}{x}$

$v' = 1 \Rightarrow v = x$

(5) $I = [uv]_1^e - \int_1^e u'v\,dx$

(5) $I = [x \ln x]_1^e - \int_1^e \frac{1}{\cancel{x}} \cdot \cancel{x}\,dx$

(5) $I = e \ln e - 1 \ln 1 - [x]_1^e$

(5) $I = e - 0 - [e - 1]$

$I = 1$

نعوض في *

$S = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} - 1$

(5) $S = \frac{e^2}{2} - \frac{3}{2}$

40

المجموع 120