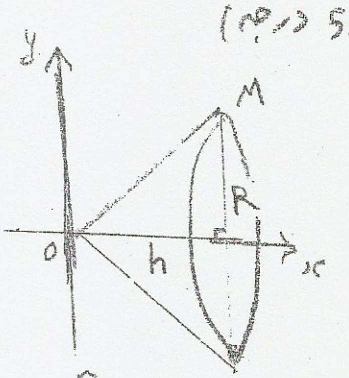
## أولاً (50 درجة)




الرسم

قانون حساب الحجم 10

معادلة المستقيم $OM$ : $y=\frac{R}{h}x$ 10

$$V=\pi\int_0^h \frac{R^2}{h^2}x^2\,dx$$ 10

$$V=\pi\left[\frac{R^2}{h^2}\frac{x^3}{3}\right]_0^h$$ 10

$$V=\frac{1}{3}\pi R^2 h$$ 10

50 المجموع

## ثانياً: التمرين الأول (50 درجة)

$f_1(x)=\sqrt{x}$ . $f_2(x)=x^2$ 5

$f_1(x)=f_2(x) \Rightarrow \sqrt{x}=x^2$

$x^4-x=0$ 5

$x(x^3-1)=0$ ⟵ $x=0$ $(0,0)$ أو $x=1$ $(1,1)$ 5+5

ضمن مجال التكامل نجد $f_1(x)>f_2(x)$

$$S=\int_0^1\left[f_1(x)-f_2(x)\right]dx$$ 10

$$S=\int_0^1\left[\sqrt{x}-x^2\right]dx$$ 5

$$S=\left[\frac{2}{3}(x)^{\frac{3}{2}}-\frac{x^3}{3}\right]_0^1$$ 10

$$S=\left[\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\right]=\frac{1}{3}$$ وحدة مساحة 5

50 المجموع

## التمرين الثاني 60 درجة

$$Z=\frac{5i}{2+i}$$

$$Z=\frac{5i(2-i)}{(2+i)(2-i)}$$ 5

$$Z=\frac{5i(2-i)}{5}=1+2i$$ 5+5

نفرض الجذر التربيعي $w=x+iy$ 5

$w^2=Z \Rightarrow x^2-y^2+2xyi=1+2i$ 5

$x^2-y^2=1$ $2x\cdot y=2$ 5+5

$x^2+y^2=|Z|=\sqrt{5}$ $x$ و $y$ من إشارة واحدة 5

بالجمع $\Rightarrow 2x^2=\sqrt{5}+1 \Rightarrow x=\mp\sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}$ 5

بالطرح $\Rightarrow 2y^2=\sqrt{5}-1 \Rightarrow y=\mp\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$ 5

$$Z_1=+\sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}+i\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$$ 5

$$Z_2=-\sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}-i\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$$ 5

60 المجموع

## التمرين الثالث (60 درجة)

$P_1: 2x+Z-1=0 \Rightarrow \vec{n}_1(2,0,1)$ 5

$P_2: x-y+2Z+3=0 \Rightarrow \vec{n}_2(1,-1,2)$ 5

$$\vec{u}=n_1\wedge n_2=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2 & 0 & 1\\ 1 & -1 & 2\end{vmatrix}$$ 5

$$\vec{u}=\vec{i}-3\vec{j}-2\vec{k}$$ 10

بفرض $M(x,y,z)$ من المستوي نجد

حيث $B(1,0,-3)$ فرضاً

$\overrightarrow{BM}(x-1,\ y,\ z+3)$ 10

من شرط التعامد

$\vec{u}\cdot\overrightarrow{BM}=0$

$1(x-1)-3(y-0)-2(z+3)=0$ 5

$x-3y-2Z-7=0$ معادلة المستوي 5

دستور بعد نقطة عن مستوي 5

$$L=\frac{|-7|}{\sqrt{1+9+4}}$$ بعد O عن المستوي 5

$$L=\frac{7}{\sqrt{14}}=\frac{\sqrt{14}}{2}$$ 5

60 المجموع

ثالثاً: السؤال الأول (80 درجة)

$f(x)=\ln(1-x^2)$ $\quad D=]-1,1[$

• دراسة الاطراد:

5 . الدالة معرفة مستمرة واشتقاقية على $]-1,1[$

5 $f'(x)=\frac{-2x}{1-x^2}$

5 $f'(x)=0 \quad x=0 \quad f(0)=0$

| $x$ | $-1$ | | $0$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | |

5 5

من الجدول نجد أياً كانت $x\in]-1,+1[$

5 فإن $f(x)\le f(0)$ أي $f(x)\le 0$

اذاً $f(0)=0$ قيمة كبرى شاملة

حساب طول القوس:

5 $f'^2(x)=\frac{4x^2}{(1-x^2)^2}$

5 $1+f'^2(x)=1+\frac{4x^2}{(1-x^2)^2}=\frac{(1+x^2)^2}{(1-x^2)^2}$

5 $\sqrt{1+f'^2(x)}=\frac{1+x^2}{1-x^2}>0$ في $D$

5 $\frac{x^2+1}{1-x^2}=-1+\frac{2}{1-x^2}$

5 $\frac{2}{1-x^2}=\frac{A}{1-x}+\frac{B}{1+x}$

5+5 $A=-1 \qquad B=1$

5 $L=\int_0^{\frac12}\left(-1-\frac{1}{1-x}+\frac{1}{x+1}\right)dx$

5 $L=\left[-x-\ln(1-x)+\ln(x+1)\right]_0^{\frac12}$

$L=\left[-\frac12-\ln\left(\frac12\right)+\ln\left(\frac32\right)-[0]\right]$

5 $L=-\frac12+\ln 3$

80 درجة

السؤال الثاني: قطوع 90 درجة

5 من الرسم نجد $x_0=0$ $\quad y_0=0$ مركزه $(0,0)$

5 المحور المحرقي $Oy$

5 $c=\frac{2}{\sqrt3}$

5+5 $a^2+b^2=\frac43 \Rightarrow a^2=\frac43-b^2$

10 $\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a^2}=1$ المعادلة من الشكل

5 $\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{\frac43-b^2}=1$ نعوض $a^2$:

5 $\frac{y^2}{b^2}-\frac{3x^2}{4-3b^2}=1$

يمر من $(1,2)$

5 $\frac{4}{b^2}-\frac{3}{4-3b^2}=1$

5 $4(4-3b^2)-3b^2=b^2(4-3b^2)$

5 $3b^4-19b^2+16=0$

5 $\Delta=(-19)^2-4(3)(16)=169$

5 $\sqrt{\Delta}=13$

5 إما $b^2=\frac{19+13}{6}=\frac{32}{6}>\frac43$ مرفوض

5 $b^2=\frac{19-13}{6}=1 \Rightarrow b=1$

5 $a^2=c^2-b^2=\frac13$ ومنه

5 $\frac{y^2}{1}-\frac{x^2}{\frac13}=1$ نعوض

معادلة القطع الزائد $\boxed{y^2-3x^2=1}$

90 المجموع

## السؤال الثالث : الأعداد العقدية (90)

① فرضاً $Z_1 = \frac{1}{3} + \frac{2\sqrt{2}}{3} i$

5 $|z| = \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{8}{9}} = 1 \Rightarrow z\bar{z} = 1$

5 ومنه $\frac{1}{Z_1} = \frac{\bar{Z_1}}{Z_1 \bar{Z_1}} = \frac{\bar{Z_1}}{1} = \bar{Z_1}$

② التحقق بالتعويض

5 $3\left(\frac{1}{3}+\frac{2\sqrt{2}}{3}i\right)^2 - 2\left(\frac{1}{3}+\frac{2\sqrt{2}}{3}i\right)+3 \stackrel{?}{=} 0$

5 فك التربيع

5 النتيجة

هات $Z_2$ :

5+5 $Z_1 + Z_2 = \frac{-b}{a} = \frac{2}{3}$

5+5 $\frac{1}{3}+\frac{2\sqrt{2}}{3}i + Z_2 = \frac{2}{3} \Rightarrow Z_2 = \frac{1}{3} - \frac{2\sqrt{2}}{3}i$

أو بطريقة ثانية :

بما أن أمثال المعادلة أعداد حقيقية فالجذران مترافقان.

$Z_2 = \bar{Z_1} = \frac{1}{3} - \frac{2\sqrt{2}}{3} i$

لتحليل المقدار $3Z^2 - 2Z + 3$

نكتب :

5 $3(Z - Z_1)(Z - Z_2)$

10 $3\left(Z - \frac{1}{3} - \frac{2\sqrt{2}}{3}i\right)\left(Z - \frac{1}{3} + \frac{2\sqrt{2}}{3}i\right)$

طلب العدد :

5 $(Z_1)^{-2} + (Z_2)^{-2} = \frac{1}{Z_1^2} + \frac{1}{Z_2^2}$

5+5 $= \frac{Z_1^2 + Z_2^2}{Z_1^2 Z_2^2} = \frac{(Z_1+Z_2)^2 - 2Z_1Z_2}{(Z_1 \cdot Z_2)^2}$

من المعادلة نجد

5 $Z_1 + Z_2 = \frac{-b}{a} = \frac{2}{3}$

5 ومنه $Z_1 \cdot Z_2 = 1$

5 $(Z_1)^{-2} + (Z_2)^{-2} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2(1)}{(1)^2} = \frac{-14}{9}$

## رابعاً : مسألة التحليل (120 درجة)

$f(x) = x^2 \cdot e^x$

5 • الدالة معرفة مستمرة و اشتقاقية على R

5 • $\lim_{x \to +\infty} [f(x)] = +\infty$

5 $\lim_{x \to -\infty} [f(x)] = 0$ (مبرهنة)

ومنه $\boxed{y=0}$ مقارب للخط c في جوار $-\infty$

$f'(x) = 2x e^x + x^2 e^x$

5 $f'(x) = x e^x (2 + x)$

5 $f'(x) = 0$ $x = 0 \Rightarrow f(0) = 0$

5 أو $x = -2 \Rightarrow f(-2) = \frac{4}{e^2}$

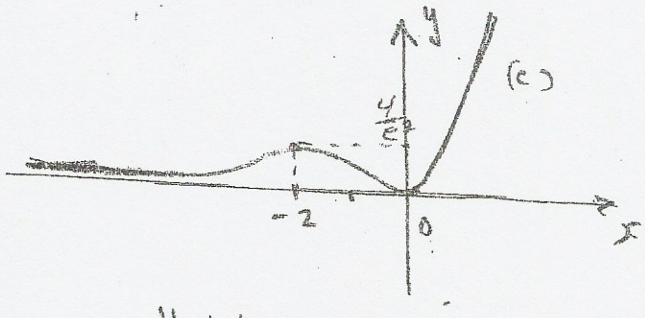
5

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | + | 0 | − | 0 | + | |
| $f(x)$ | 0 | ↗ | $\frac{4}{e^2}$ | ↘ | 0 | ↗ | $+\infty$ |

5 $f(0) = 0$ قيمة صغرى محلياً

$f(-2) = \frac{4}{e^2}$ قيمة كبرى محلياً

5



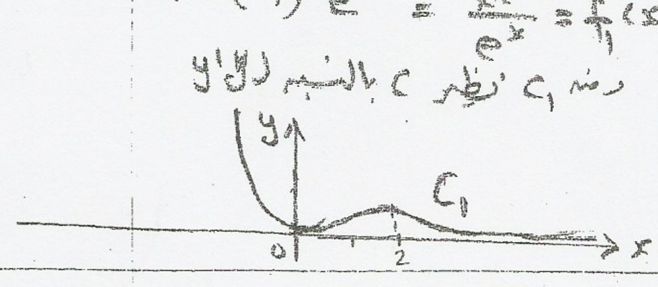

لرسم $c_1$ الخط البياني للدالة :

نلاحظ أن $f_1(x) = \frac{x^2}{e^x}$

5 $f(-x) = (-x)^2 e^{-x} = \frac{x^2}{e^x} = f_1(x)$

5 ومنه $c_1$ نظير c بالنسبة لـ $y'y$

5




المجموع $\boxed{90}$

③ 1- عدد حلول المعادلة $f(x)=\lambda$ هو
عدد نقاط تقاطع المستقيم $y=\lambda$ مع $(C)$
فاعتماداً على الخط $(C)$ نجد :

4 عندما $\lambda<0$ المعادلة $f(x)=\lambda$ مستحيلة

4 $\lambda=0$ للمعادلة جذر مضاعف هو $x=0$

4 $\lambda\in]0,\frac{4}{e^2}[$ للمعادلة ثلاثة حلول

4 $\lambda=\frac{4}{e^2}$ للمعادلة حلان أحدهما مضاعف هو $x=-2$

4 $\lambda>\frac{4}{e^2}$ للمعادلة حل وحيد

حساب المساحة

$$S=\int_a^b f(x)\,dx$$

5 $S=\int_0^1 x^2\cdot e^x\,dx$

نكامل بالتجزئة على مرحلتين

5 نفرض $u=x^2$ $\quad u'_x=2x$

5 $v'(x)=e^x$ $\quad v(x)=e^x$

5 $S=[x^2e^x]_0^1-\int_0^1 2xe^x\,dx$

$S=[e]-2\underbrace{\int_0^1 x\cdot e^x\,dx}_{J}$

$J=\int_0^1 x\cdot e^x\,dx$

$u(x)=x\Rightarrow u'(x)=1$

5 $v'(x)=e^x\Rightarrow v(x)=e^x$

5 $J=[x\cdot e^x]_0^1-\int_0^1 e^x\,dx$

$=[x\cdot e^x]_0^1-[e^x]_0^1$

5 $J=[e-0]-[e-1]=1$

5 $S=[e]-2[1]$

$S=e-2$

120 المجموع