أولاً: أجيبي عن السؤال الآتي: (60 درجة)

لتكن الدالة f المعرفة على $[-3, +3]$ وفق $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$

أثبتي أن للدالة قيمة كبرى شاملة و صغرى شاملة يطلب تعيينهما.

ثانياً: حلي التمارين الآتية : (50 + 60 + 60 درجة)

التمرين الأول: احسبي $\lim_{x \to 1} \left(\frac{x-1}{\sqrt{2x} - \sqrt{3-x}} \right)$

التمرين الثاني: ابحثي عن حلول الجملة بطريقة غاوس:

$$x + y + z = 1$$
$$x + y + w = 2$$
$$x + z + w = 3$$
$$y + z + w = 0$$

التمرين الثالث: أوجدي معادلة القطع المكافئ الذي محوره المحرقي $x = 1$ ويقطع محور الفواصل عند نقطة فاصلتها 5 وتقع ذروته على المستقيم $2x + y = 0$

ثالثاً: حلي الأسئلة الآتية: (70 + 90 + 90 درجة)

السؤال الأول: لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty, -2[\cup]+2, +\infty[$

وفق $f(x) = \ln\left(\frac{1}{x^2-4}\right)$ والتي خطها البياني c_1

① احسبي نهاية الدالة عند كل طرف مفتوح في مجموعة التعريف واستنتجي كل مقارب للخط c_1

② بفرض c_2 الخط البياني للدالة g المعرفة على R وفق $g(x) = e^{5-x^2} - 1$ ، أثبتي أن C_2 , C_1 يتماسان بالنقطة $(\sqrt{5}, 0)$ ثم اكتبي معادلة المماس المشترك لهما.

السؤال الثاني: قطع ناقص معادلته $3(x+3)^2 + 4(y-2)^2 = 12$

① عيني مركزه وإحداثيات محرقيه وذراه وارسميه.

② اكتبي معادلتي مماسيه الموازيين للمستقيم $x + 2y + 5 = 0$

السؤال الثالث: مغلف يحوي 8 بطاقات 5 منها حمراء مرقمة بالأرقام 1 1 2 2 2

و3 منها بيضاء مرقمة بالأرقام 1 2 2

نسحب عشوائياً ثلاث بطاقات على التتالي دون إعادة

① إذا علمنا أن مجموع أرقام البطاقات المسحوبة الثلاث فردي، ما احتمال أن تكون البطاقات الثلاث من لون واحد.

② x متغير عشوائي يدل على عدد البطاقات المسحوبة التي تحمل الرقم 2 ، ما هي قيم المتغير العشوائي ؟

اكتبي جدول القانون الاحتمالي ثم احسبي التوقع الرياضي.

رابعاً: حلي المسألة الآتية: (120 درجة)

ليكن (C) الخط البياني للدالة f المعرفة على R وفق $f(x) = 2e^x - 2x - 2$

① أثبتي أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = -2x - 2$ مقارب مائل للخط (C) و عيني وضع (C) بالنسبة لـ Δ

② ادرسي تغيرات f ونظمي جدولاً بها ودلي على القيمة الصغرى محلياً.

③ ارسمي Δ ثم ارسمي الخط (C)

④ استنتجي من (C) رسم الخط (C_1) للدالة $f_1(x) = \frac{2}{e^x} + 2x - 2$

انتهت الأسئلة