

أولاً: أجب على السؤال الآتي : (50 درجة)

إذا كان c_1 الخط البياني للدالة $f(x) = \ln(x + a)$ وكان c_2 الخط البياني للدالة $g(x) = e^x + b$ أوجد a, b إذا علمت أن c_1, c_2 متماسان في نقطة فاصلتها $x = 0$

ثانياً: حل التمارين الآتية : (50 + 50 + 60 درجة)

التمرين الأول: إذا كان (c) الخط البياني للدالة f المعرفة على R وفق :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cdot |x| & : x \neq 0 \\ 0 & : x = 0 \end{cases}$$

اكتب معادلة أي مماس للخط (c) يوازي المستقيم $\Delta : y = 3x$

التمرين الثاني: في أحد المستشفيات وجد أن 45% من المرضى يعانون ارتفاع ضغط الدم

وأن 25% يعانون التهاب الكبد

وأن 15% يعانون من المرضين معاً.

① بيني أن ارتفاع ضغط الدم ومرضى التهاب الكبد ليسا مستقلين.

② اخترنا مريضاً من هذه المشفى بصورة عشوائية فوجدناه ليس مصاباً بالتهاب الكبد ، ما احتمال أنه لا يعاني من ارتفاع ضغط الدم؟

السؤال الثالث: أوجد معادلة القطع المكافئ الذي محوره التناظري $y = 2$ ويمر بالنقطتين $N(0, 4)$, $M(3, 1)$

ثالثاً: حل الأسئلة الآتية: (80 + 100 + 100 درجة)

السؤال الأول: ① قطعة جليد على شكل مكعب طول حرفه x عُرِضت لحرارة منتظمة فتناقص حجمها $(\frac{3}{10} c m^3 \cdot s^{-1})$

احسبي معدل تناقص مساحتها الكلية عندما يكون طول الحرف (6)

$$\text{② احسبي } \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{\ln(2x+3)}{x+1} \right)$$

السؤال الثاني: صندوقان متماثلان I , II

يحتوي I أربعة كرات مرقمة بالأرقام 1,2,3,4

ويحتوي II ستة كرات مرقمة بالأرقام 1,2,3,4,5,6

نسحب عشوائياً كرة من الصندوق I ثم كرة من الصندوق II

X متغير عشوائي يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين ، ما هي قيم المتغير العشوائي X واكتب جدول القانون الاحتمالي

واحسبي التوقع الرياضي.

السؤال الثالث: قطع ناقص معادلته $25x^2 + 16y^2 - 50x + 64y - 311 = 0$

① عيني مركزه وإحداثيات محرقيه وذراه وارسميه.

② تحقق أن النقطة $M(\frac{21}{5}, -5)$ تقع على القطع واكتب معادلة المماس عندها .

رابعاً: حل المسألة الآتية: (110 درجة)

ليكن (c) الخط البياني للدالة f المعرفة على R وفق $f(x) = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x+1}$

① أثبت أن المستقيم $\Delta : y = 1 - \frac{1}{2}x$ مقارب مائل للخط (c) عند $(+\infty)$ وعيني وضع (c) بالنسبة لـ Δ

② أثبت أن $f'(x) = -\frac{1}{2} \left(\frac{e^x-1}{e^x+1} \right)^2$