أولاً

$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$

(5) نتأكد من الدالة $f(x)=e^x$ الاشتقاقية على $\mathbb{R}$

(5) $f'(x)=e^x$ لما x اشتقاقية على $\mathbb{R}$ فهي اشتقاقية عند $x=0$ و $f'(0)=1$ ، $f(0)=1$ (5+5)

(10) $\lim_{x\to 0} g(x)=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}$

(5+5) $f'(0)=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}\Rightarrow$

(10) $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$

المجموع 50

وهو المطلوب

ملاحظة: يمكنه أن نتأكد من الدالة $f(x)=e^x-1$

~ . ~ . ~ . ~ . ~

ثانياً

التمرين الأول

(5) $\lim_{x\to 0}\left[\frac{3x-\tan x}{\sin 5x+x}\right]$

حالة عدم تعيين من الشكل $\frac{0}{0}$

(5) $=\lim_{x\to 0}\left[\frac{x\left(3-\frac{\tan x}{x}\right)}{5x\left(\frac{\sin 5x}{5x}+\frac{1}{5}\right)}\right]$ في جوار محذوف للصفر

(5) $=\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{5}\,\frac{3-\frac{\tan x}{x}}{\frac{\sin 5x}{5x}+\frac{1}{5}}\right]$

(5+5) لكن $\lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x}=1$ ، $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{5x}=1$

(5) إذاً $\lim_{x\to 0}\left[\frac{3x-\tan x}{\sin 5x+x}\right]=\frac{1}{5}\left[\frac{3-1}{1+\frac{1}{5}}\right]$

(5) $=\frac{1}{5}\left(\frac{2}{\frac{6}{5}}\right)=\frac{1}{3}$

المجموع 40

~ . ~ . ~ . ~ . ~

(2) $f(x)=(x^2-1)e^{3x}$ اشتقاقية على $\mathbb{R}$

(10) $f'(x)=2xe^{3x}+(x^2-1)(3e^{3x})$

(10) $f'(x)=e^{3x}(2x+3x^2-3)$

المجموع 20

~ . ~ . ~ . ~ . ~

التمرين الثاني

(5) نرمز لحدث الطالب يدرس الانكليزية A

(5) $P(A)=\frac{70}{100}$

(5) نرمز لحدث الطالب يدرس الفرنسية B

(5) $P(B)=\frac{60}{100}$

(5) حدث الطالب لا يدرس أياً من اللغتين $\bar{A}\cap\bar{B}$

(5) $P(\bar{A}\cap\bar{B})=\frac{12}{100}$

(5) بالحساب والعودة إلى

(5+5) $P(A\cup B)'=\frac{12}{100}\Rightarrow 1-P(A\cup B)=\frac{12}{100}\Rightarrow P(A\cup B)=\frac{88}{100}$

(5) لكن

(5) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\Rightarrow$

$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$

$P(A\cap B)=\frac{70}{100}+\frac{60}{100}-\frac{88}{100}\Rightarrow$

(5) $\boxed{P(A\cap B)=\frac{42}{100}}$

$P(A)\cdot P(B)=\left(\frac{70}{100}\right)\left(\frac{60}{100}\right)$

(5) $\boxed{P(A)\cdot P(B)=\frac{42}{100}}$

(5) بما أن $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$

إذاً A ، B مستقلان احتمالياً

المجموع 50

~ . ~ . ~ . ~ . ~

التمرين الثالث

المستوي منسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ نعتبر $F(3,-1)$ و $\Delta: x=5$

اعتماداً على تعريف القطع المكافئ

(10) أياً كانت $M(x,y)\in\mathcal{P}$ حيث $\mathcal{P}$ هي حيث M حيث بالتربيع

(10+10) $MF=MH$

$\sqrt{(x-3)^2+(y+1)^2}=\frac{|x-5|}{\sqrt{1+0}}=|x-5|$

(5) بتربيع الطرفين

(5) $(x+3)^2+(y+1)^2=(x-5)^2$

(5) $x^2-6x+9+(y+1)^2=x^2-10x+25$

تتمة التمرين الثالث

(5) $(y+1)^2 = -4x+16$

(5) $(y+1)^2 = -4(x-4)$

المجموع [50]

وهي معادلة القطع المكافئ المطلوبة

ثالثاً" السؤال الأول

(1) C الخط البياني للدالة f المعرّفة على $[1,+\infty[$ بـ $f(x) = x - 2\sqrt{x-1}$

(1) أكتبي معادلة المماس للخط (C) الموازي للمستقيم $\Delta : x - 2y + 1 = 0$

(10) معامل المماس $m = m_\Delta = \frac{1}{2}$

توجيه نقطة التماس مع المنحنى

(10) $f'(x) = 1 - 2\frac{1}{2\sqrt{x-1}} \quad ; x \in]1,+\infty[$

$f'(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{x-1}}$

(10) $m = \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{\sqrt{x-1}}$

أي $\frac{1}{\sqrt{x-1}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{x-1} = 2$

(10) $x - 1 = 4 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow$

$y = f(5) = 5 - 2\sqrt{4} = 5 - 4 = 1$

(5) نقطة التماس $M(5,1)$

معادلة المماس المطلوب

(5) $d : y - 1 = \frac{1}{2}(x-5)$

(2) (10) $f(a+h) \simeq f(a) + f'(a)h$

(5) نأخذ $a = 5$ و $h = \frac{1}{10}$

(5) $f(5) = 1 \; , \; f'(5) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

نعوض

(5) $f(5+0,1) \simeq 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{10}\right) \simeq 1 + \frac{1}{20}$

(5) $f(5,1) \simeq 1 + \frac{5}{100} \simeq 1,05$

المجموع [80]

السؤال الثاني

(10) $P(A) = \frac{3}{7}$, $P(B) = \frac{2}{5}$

A , B مستقلان احتمالياً

(10) $P(\bar{A}) = \frac{4}{7}$, $P(\bar{B}) = \frac{3}{5}$

(10) + (15) مجموعة قيم المتغير العشوائي

$X(\Omega) = \{0,1,2\}$

(10) $F(0) = P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \left(\frac{4}{7}\right)\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{12}{35}$

(10) $F(1) = P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B)$

$= P(A)P(\bar{B}) + P(\bar{A})P(B)$

$= \left(\frac{3}{7}\right)\left(\frac{3}{5}\right) + \left(\frac{4}{7}\right)\left(\frac{2}{5}\right) = \frac{9+8}{35}$

(10) $F(1) = \frac{17}{35}$

(5) $F(2) = P(A \cap B) = P(A)P(B)$

(5) $F(2) = \left(\frac{3}{7}\right)\left(\frac{2}{5}\right) = \frac{6}{35}$

x_i	0	1	2	المجموع
$F(x_i)$	$\frac{12}{35}$	$\frac{17}{35}$	$\frac{6}{35}$	1

(5) $E(X) = \sum_{i=1}^{i=3} x_i F(x_i)$

$E(X) = 0 + \frac{17}{35} + \frac{12}{35}$

(5) $E(X) = \frac{29}{35}$

المجموع [100]

السؤال الثالث

$E : x^2 + 4y^2 - 4x = 0$

(1) نتمم لمربع كامل

(15) $x^2 - 4x + 4 - 4 + 4y^2 = 0$

$(x-2)^2 + 4y^2 = 4 \quad (\div 4)$

(5) $\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$

تمرين الموضوع الثاني (المخروطات)

$\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$

(5) مركز القطع $M_0(2,0)$ نجد $a^2=4 \Rightarrow a=2$ ، $b^2=1 \Rightarrow b=1$

(5+5) $x'x$ المحور المرافق منطبق على $x'x$ نا $a>b$

(5) $c^2 = b^2+c^2 \Rightarrow 4 = 1+c^2 \Rightarrow c^2=3$

(5) $c=\sqrt{3}$

(5) المحرقان $F(x_0+c, y_0)$ ، $F'(x_0-c, y_0)$

(5) $F(2+\sqrt{3}, 0)$ ، $F'(2-\sqrt{3}, 0)$

الذروتان على المحور المرافق

(5) $A(x_0+a, y_0)$ ، $A'(x_0-a, y_0)$

$A(2+2, 0)$ ، $A'(2-2, 0)$

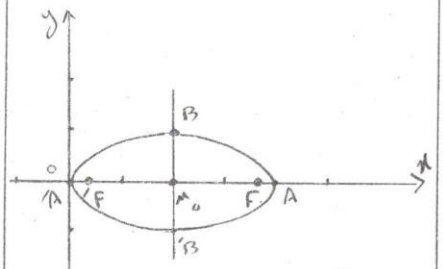
(5) $A(4,0)$ ، $A'(0,0)$

الذروتان على المحور المرافق

(5) $B(x_0, y_0+b)$ ، $B'(x_0, y_0-b)$

(5) $B(2, 1)$ ، $B'(2, -1)$

(10) الرسم



(2) $M(3, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ننوض في معادلة القطع

$\frac{(3-2)^2}{4} + \frac{3}{4} = 1$

(5) $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1 \Rightarrow \frac{4}{4} = 1$

محققة إذا $M \in E$

(5) نحسب ميل المماس القاطع

$m = -\frac{b^2}{a^2}\left[\frac{x-x_0}{y-y_0}\right]$

أو حساب m عند المشتقة

$m = -\frac{1}{4}\left[\frac{3-2}{\frac{\sqrt{3}}{2}-0}\right] = -\frac{1}{4}\left[\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\right]$

(5) $m = -\frac{1}{4}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) \Rightarrow m = \frac{-1}{2\sqrt{3}}$

معادلة المماس عند M

(5) $d: y - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{-1}{2\sqrt{3}}(x-3)$

(100) الموضوع

رابعاً المسألة

$D =]0, +\infty[$ $f(x) = 1 + \frac{\ln(x)}{x}$

C خط البياني

(1) البحث عند المقاربات

(10) $\lim_{x \to 0} f(x) = -\infty$

(5) $\Delta_1 : x = 0$ مستقيم مقارب لـ (C)

(5) $y'y$ مطبق على $y'y$ والمقارب في جهة oy

(5) والمنحنى C على يمين Δ_1

(5) $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ حالة عدم تعيين

لازالة نكتب

(5) $f(x) = 1 + \frac{\ln x}{x}$

(5) $\lim_{x \to \infty} f(x) = 1 + 0 = 1$

(5) إذاً $\Delta_2 : y = 1$

مستقيم مقارب لـ (C) يوازي $x'x$

والمقارب في جوار $+\infty$

لدراسة الوضع النسبي نذرس إشارة الفرق

$f(x) - y_\Delta = \frac{x + \ln x}{x} - 1$

(5) $f(x) - y_\Delta = \frac{x + \ln x - x}{x} = \frac{\ln x}{x}$

x	0		1		$+\infty$
(5) $\ln x$	‖	−	0	+	
(5) x	‖	+		+	
(5) $\frac{\ln x}{x}$	‖	−	0	+	
(5+5) الوضع النسبي	‖	C تحت Δ_2		C فوق Δ_2	

ص 4

تتمة مسألة التمرين

② $\frac{dy}{dt} = \frac{3}{10}\ cm.s^{-1}$ معدل الدوران

ا) احسب $\frac{dx}{dt}$ عندما $x=1$ ؟ (5)

(10) $\frac{dy}{dt} = f'(x)\frac{dx}{dt}$

لكن $f'(x) = \frac{(\frac{1}{x})x - 1(\ln x)}{x^2}$

(10) $f'(x) = \frac{1-\ln x}{x^2}$ بتوحيد

(5) $\frac{dy}{dt} = \frac{1-\ln x}{x^2}\frac{dx}{dt}$

من أجل $x=1$ و $\frac{dy}{dt} = \frac{3}{10}$ نعوض

(5) $\frac{3}{10} = \frac{1-0}{1}\frac{dx}{dt} \Rightarrow$

(5) $\frac{dx}{dt} = \frac{3}{10}\ cm.s^{-1}$

المجموع 110