الأول:

5 لتكن الدالة $f(x) = \ln(x) - x + 1$

5 ندرس اطراد الدالة f على $]0,+\infty[$

5 f استنتج إشارة f' على $]0,+\infty[$

5 $f'(x) = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x}$

5 ندرس إشارة $f'(x)$ نجعل

10 $\frac{1-x}{x} = 0 \Rightarrow x = 1 \in D$

$f(1) = 0$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖	↗	0	↘	

10

5 من الجدول نجد أن $f(x) \leq 0$

$\ln(x) - x + 1 \leq 0$

5 $\ln(x) \leq x - 1$

50

ثانياً: التمرين الأول:

① في المجال $(-\infty)$

أياً كان $x \in \mathbb{R}$ فإن

5 $-1 \leq \sin x \leq +1$

5 $+1 \geq -\sin x \geq -1$

5 $x+1 \geq x - \sin x \geq x-1$

5 بما أن الدالة الأسية تزايدية إذاً:

$e^{x+1} \geqslant e^{x-\sin x} \geqslant e^{x-1}$

5 وبما أن: $\lim_{x \to -\infty} e^{x+1} = \lim_{x \to -\infty} e^{x-1}$

5 حسب برهنة الحاطة نجد

5 $\lim_{x \to -\infty} (e^{x-\sin x}) = 0$

30

---

1 ←

التمرين الثاني:

5 $f(x) = \left(\frac{x+2}{x-3}\right)^{\frac{1}{3}}$ ①

5 f استنتاج مجموعة $]3,+\infty[$

10 $f'(x) = \frac{1}{3}\left(\frac{x+2}{x-3}\right)^{-\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{x+2}{x-3}\right)'$

5 $f'(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{(x+2)^{-\frac{2}{3}}}{(x-3)^{-\frac{2}{3}}} \cdot \frac{-5}{(x-3)^2}$

5 $f'(x) = -\frac{5}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{(x+2)^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{(x-3)^4}}$

$F'(x) = -\frac{5}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{(x+2)^2 \cdot (x-3)^4}}$

30

التمرين الثاني:

10 $P(A) = \frac{6}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$

10 $P(B) = P(\text{ز ف}) \cdot 2! = \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot 2 = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

10 $P(A \cap B) = P(\text{ف},2) = \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$

10 $P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

5 $P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B)$

5 ومنه A, B مستقلان

50

التمرين الثالث:

الذروة تكون

5 $\Leftarrow \begin{cases} x_0 + a = 5 \\ x_0 - a = -3 \end{cases} \Leftarrow \begin{cases} (5,-1) \\ (-3,-1) \end{cases}$

5+5 $a = 4 \Leftarrow 2a = 8$ ، $x_0 = 1$

مركز القطع هو

5 $V(1,-1)$

	بما أن (1,2) احد إحداثيتي
5	b>a و منه $y'y$ إذا المحور الحرقي يوازي المحور الحرقي
5	$x_0=1$ $(1,2)$ و (x_0,y_0+c) $\Rightarrow y_0+c=2$
5	$-1+c=2 \Rightarrow c=3$
5	$b^2=a^2+c^2$
5	$b^2=16+9=25 \Rightarrow b=5$
	معادلة المطلع :
5	$\frac{(x-1)^2}{16}+\frac{(y+1)^2}{25}=1$
50	

التمرين الأول

السؤال الأول :

$f(x)=2x+1-\frac{\ln(x)}{x}$

$D: y=2x+1$ ①

10	$f(x)-y_D=-\frac{\ln(x)}{x}$
10	$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-y_D)=\lim_{x\to+\infty}\left(-\frac{\ln(x)}{x}\right)=0$
10	إذا D مقارب مائل للخط (C) و المقارب بجوار $(+\infty)$

$f(x)-y_D=0 \Rightarrow \ln(x)=0 \Rightarrow x=1$

x	0	1	$+\infty$
$f(x)-y_D$	‖	$+$ 0 $-$	
الوضع النسبي	‖ D فوق C	D تحت C	

② $y=f(x)$ تتغير بالسنة الزمن

$\frac{dy}{dt}=f'(x)\cdot\frac{dx}{dt}$

10+10	$\frac{dy}{dt}=\left(\frac{2x^2-1+\ln(x)}{x^2}\right)\cdot\frac{dx}{dt}$
	عندما $x=e$ فإن $\frac{dx}{dt}=\frac{1}{e}$
10	$\frac{dy}{dt}=\left(\frac{2e^2-1+1}{e^2}\right)\cdot\frac{1}{e}$
10	$\frac{dy}{dt}=\frac{2}{e}\ cm.s^{-1}$
	معادلة تغير النقطة M على $x'x$
80	

السؤال الثاني :

$P(A)=\frac{3}{5}$ A حدث الفوز بالمرة الأولى

$P(B)=\frac{1}{2}$ B حدث الفوز بالمرة الثانية

5	$P(A\cup B)=\frac{9}{10}$ فرضنا
	$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
	$\frac{9}{10}=\frac{3}{5}+\frac{1}{2}-P(A\cap B)$
5	$P(A\cap B)=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$
	H حدث الفوز بمباراة واحدة فقط
5	$P_H(A)=\frac{P(A\cap H)}{P(H)}$
	$=\frac{P(A\cap B')}{P(A\cap B')+P(B\cap A')}$
15	$=\frac{\frac{3}{5}-\frac{1}{5}}{\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)}$
5	$=\frac{\frac{2}{5}}{\frac{2}{5}+\frac{3}{10}}=\frac{4}{7}$

10 $(x+1)^2 = 2\left(y - \frac{5}{2}\right)$

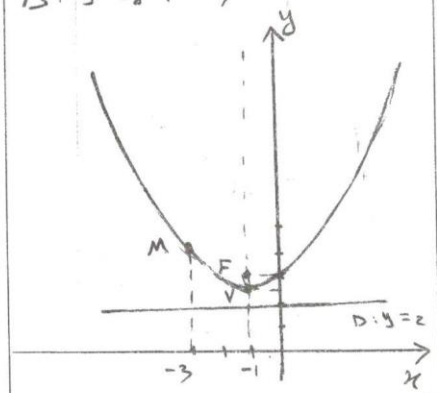
5 $V\left(-1, \frac{5}{2}\right)$ قطع مكافئ رؤوسه

5 محور التناظر الموازي لـ $y'y$ معادلته $x=-1$

5 $4p=2 \Rightarrow p=\frac{1}{2}$

5 $F(x_0, y_0+p) \Rightarrow F(-1, 3)$

5 $\Delta : y = y_0 - p \Rightarrow \Delta : y = 2$

5 

② معادلة المماس في النقطة M

5 $x=-3 \Rightarrow y = \frac{1}{2}9 + 3 - 3 = \frac{9}{2}$

5 $M\left(-3, \frac{9}{2}\right)$

5 نعلم أن معادلة المماس في نقطة تقاطعه مع محور التناظر هي x

5 $y'_x = x + 1$

5 $m = -3 + 1 = -2$

5 $y - \frac{9}{2} = -2(x+3)$

$y = -2x - \frac{3}{2}$

③ معادلة المحور الموازي لـ $y'y$ هي $x=-1$

5 نعوض في معادلة المماس فنجد $T\left(-1, \frac{1}{2}\right)$

$A \cap B \longrightarrow 5$

$A \cap B' \longrightarrow 2$

$B \cap A' \longrightarrow 1$

$A' \cap B' \longrightarrow -2$

20 $X(\Omega) = \{5, 2, 1, -2\}$

5 $F(5) = P(A \cap B) = \frac{1}{5} = \frac{2}{10}$

5 $F(2) = P(A \cap B') = \frac{2}{5} = \frac{4}{10}$

5 $F(1) = P(B \cap A') = \frac{3}{10}$

5 $F(-2) = P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B)$
$= 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$

x_i	5	2	1	-2
$F(x_i)$	$\frac{2}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$

10 $E(X) = \left(5 \cdot \frac{2}{10}\right) + \left(2 \cdot \frac{4}{10}\right) + \left(1 \cdot \frac{3}{10}\right) \cdot \left(-2 \cdot \frac{1}{10}\right)$

5 $E(X) = \frac{19}{10}$

100

السؤال الثالث :

④

$y = \frac{1}{2}x^2 + x + 3$

$2y = x^2 + 2x + 6$

5 $2y = x^2 + 2x + 1 - 1 + 6$

$2y - 5 = (x+1)^2$

$f(3.01) \simeq 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{100}$

$f(3.01) \simeq \frac{201}{200}$

$N \in C_1 \Leftarrow f(0) = 4$ (2)

$N \in C_2 \Leftarrow g(0) = 4$

C_2 و C_1 متقاطعتان في N لأن

$f'(x) = \frac{3}{(x-1)^2}$ $\Leftarrow$ $f'(0) = 2$

$g'(x) = \frac{x}{e^x} + 1$ $\Leftarrow$ $g'(0) = 2$

C_2 و C_1 في $N(0,4)$ يقبلان مماسين متطابقين معادلته

$y - 4 = 2(x - 0)$

$y = 2x + 4$

M' صورة M بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}$

$M'(-1, \frac{9}{2})$

I صورة M' بالتناظر المحوري ذي المستقيم Δ

$x_I = \frac{-1 + (-1)}{2} = -1$

$y_I = \frac{\frac{1}{2} + \frac{9}{2}}{2} = \frac{5}{2}$

إذا كان $f(x) = \frac{ax+b}{x-1}$

$\Delta: y = 2x + 4$ مماس لـ C_f عند النقطة ذات الفاصلة $x = 0$ $\Leftarrow$ $y = 4$

$f(0) = 4 \Leftarrow (0,4) \in C_f$ إذاً النقطة

$\frac{b}{-1} = 4 \Rightarrow b = -4$ (1)

$f'(x) = \frac{-a-b}{(x-1)^2}$

$f'(0) = 2$ إذاً 2 هو معامل توجيه Δ لأن

$\frac{-a-b}{(0-1)^2} = 2 \Rightarrow -a - b = 2$ (3)

بتعويض (1) في (3) نجد $a = 2$

$f(x) = \frac{2x-4}{x-1}$ ؛ $f'(x) = \frac{2}{(x-1)^2}$

$f(a+h) \simeq f(a) + f'(a)\,h$ (1)

نضع $a = 3$ ، $h = \frac{1}{100}$

$f(3.01) \simeq f(3) + f'(3) \cdot \frac{1}{100}$