سلم المذاكرة الثانية – مادة الرياضيات

الثالث الثانوي العلمي نموذج (د)

أولاً

$F(x) = x\ln x$ $\quad D =]0, +\infty[$

$I = \int_1^e F(x)\,dx$

$I = \int_1^e x\ln x\,dx$

(5) $\ln x = u \Rightarrow \frac{1}{x} = u'$

(5) $v' = x \Rightarrow v = \frac{1}{2}x^2$

(10) $I = [u.v]_1^e - \int_1^e u'.v\,dx$

(5+5) $I = \left[(\ln x)(\frac{1}{2}x^2)\right]_1^e - \int_1^e \frac{1}{x}(\frac{1}{2}x^2)\,dx$

(5+5) $I = \left[\frac{1}{2}x^2\ln x\right]_1^e - \int_1^e \frac{1}{2}x\,dx$

(5) $I = \left(\frac{1}{2}e^2\ln e - \underbrace{\frac{1}{2}\ln 1}_{0}\right) - \left[\frac{1}{4}x^2\right]_1^e$

$I = \frac{1}{2}e^2 - \left[\frac{1}{4}e^2 - \frac{1}{4}\right]$

$I = \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{4}e^2 + \frac{1}{4}$

(5) $I = \frac{e^2+1}{4}$

50 المجموع

ثانياً

(1) $A(1,0,-1), B(2,1,-1), C(0,2,-2)$

(5) $\vec{AB}(2-1, 1-0, -1+1) \Rightarrow \vec{AB}(1,1,0)$

(5) $\vec{AC}(0-1, 2-0, -2+1) \Rightarrow \vec{AC}(-1,2,-1)$

(5) $\vec{AB}$ ، $\vec{AC}$ غير مرتبطين خطياً أحدهما لا ينتج عن الآخر بضربه بعدد ثابت (أو لعدم تناسب المركبات)

(5) إذاً A ، B ، C ليست على استقامة واحدة فهي تشكل رؤوس مثلث

(10) مساحة المثلث $S = \frac{1}{2}|\vec{w}| = \frac{1}{2}|\vec{AB} \wedge \vec{AC}|$

(5) $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix}$

$\vec{w} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}\vec{k}$

(5) $\vec{w}(-1, 1, 3)$

(5) $|\vec{w}| = \sqrt{1+1+9} = \sqrt{11}$

(5) $S = \frac{\sqrt{11}}{2}$

معادلة المستوي ABC

الشعاع الناظم على المستوي ABC هو

(5) $\vec{n} = \vec{w}(-1,1,3)$

$a(x-x_A) + b(y-y_A) + c(z-z_A) = 0$

$-(x-1) + 1(y-0) + 3(z+1) = 0$

(5) $\boxed{-x + y + 3z + 4 = 0}$

60 المجموع

(2) $Z = (-\sqrt{3}+i)^9$

نفرض $w = -\sqrt{3}+i$ نكتبه بالشكل الأسي

(5) $R = \sqrt{3+1} = 2$

(5) $\left.\begin{array}{l}\cos\theta = \frac{-\sqrt{3}}{2} \\ \sin\theta = \frac{1}{2}\end{array}\right) \Rightarrow \theta = \frac{5\pi}{6}$

(5) $w = 2e^{\frac{5\pi}{6}i}$ نعوض بـ Z

$Z = w^9 \Rightarrow Z = \left[2e^{\frac{5\pi}{6}i}\right]^9$

(10) $Z = (2)^9 e^{\frac{45\pi}{6}i}$

(10) $Z = 512\, e^{\left(\frac{48\pi}{6} - \frac{3\pi}{6}\right)i} = 512\, e^{\left(8\pi - \frac{3\pi}{6}\right)i}$

(5) $Z = 512\, e^{-\frac{\pi}{2}i}$

(5) $Z = 512\left(\cos(-\frac{\pi}{2}) + i\sin(-\frac{\pi}{2})\right)$

$Z = 512(0 - i)$

(5) $Z = -512i$

50 المجموع

ويمكن حل التمرين بطريقة جبرية

(3)

$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & -10 & -6 \\ 3 & 0 & 4 & 7 \end{bmatrix}$

$R_1 \longleftrightarrow R_2$

تتمة التمرين 3

$$A \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & -10 & -6 \\ 2 & -1 & 4 & -3 \\ 3 & 0 & 4 & 7 \end{bmatrix}$$ (10)

$-2R_1+R_2 \to R_2$

$-3R_1+R_3 \to R_3$

$$A \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & -10 & -6 \\ 0 & 3 & 24 & 9 \\ 0 & 6 & 34 & 25 \end{bmatrix}$$ (10) (10)

$-2R_2+R_3 \to R_3$

$$A \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & -10 & -6 \\ 0 & 3 & 24 & 9 \\ 0 & 0 & -14 & 7 \end{bmatrix}$$ (10)

المجموع $\boxed{40}$

وهي المصفوفة المدرجة المكافئة لـ A

ثالثاً: 1) $f(x) = x\sqrt{3-x}$, $D =]-\infty, 3]$

حجم الجسم: $V = \int_0^2 \pi f^2(x)\,dx$ (10)

$V = \int_0^2 \pi x^2(3-x)\,dx$ (10)

$V = \int_0^2 \pi(3x^2 - x^3)\,dx$ (10)

$V = \left[\pi\left(x^3 - \frac{x^4}{4}\right)\right]_0^2$ (15)

$V = \left[\pi\left(8 - \frac{16}{4}\right) - 0\right]$ (10)

$V = 4\pi$ (5)

المجموع $\boxed{60}$

2) $H: 4x^2 - y^2 = 9$

$\frac{4x^2}{9} - \frac{y^2}{9} = 1$

$\frac{x^2}{\frac{9}{4}} - \frac{y^2}{9} = 1$ (5)

(5) مركز القطع في المبدأ $O(0,0)$ ، المحور المحرق منطبق على ox

(5) $a^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow a = \frac{3}{2}$

(5) $b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$

(5) $c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c^2 = \frac{9}{4} + 9$

(5) $c^2 = \frac{45}{4} \Rightarrow c = \frac{3\sqrt{5}}{2}$

المحرقان

$F(c,0)$, $F'(-c,0)$

(5+ن) $F\left(\frac{3\sqrt{5}}{2}, 0\right)$, $F'\left(-\frac{3\sqrt{5}}{2}, 0\right)$

الذروتان الأساسيتان

$A(a,0)$, $A'(-a,0)$

(5+ن) $A\left(\frac{3}{2}, 0\right)$, $A'\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$

الذروتان المرافقتان

$B(0,b)$, $B'(0,-b)$

(5+ن) $B(0,3)$, $B'(0,-3)$

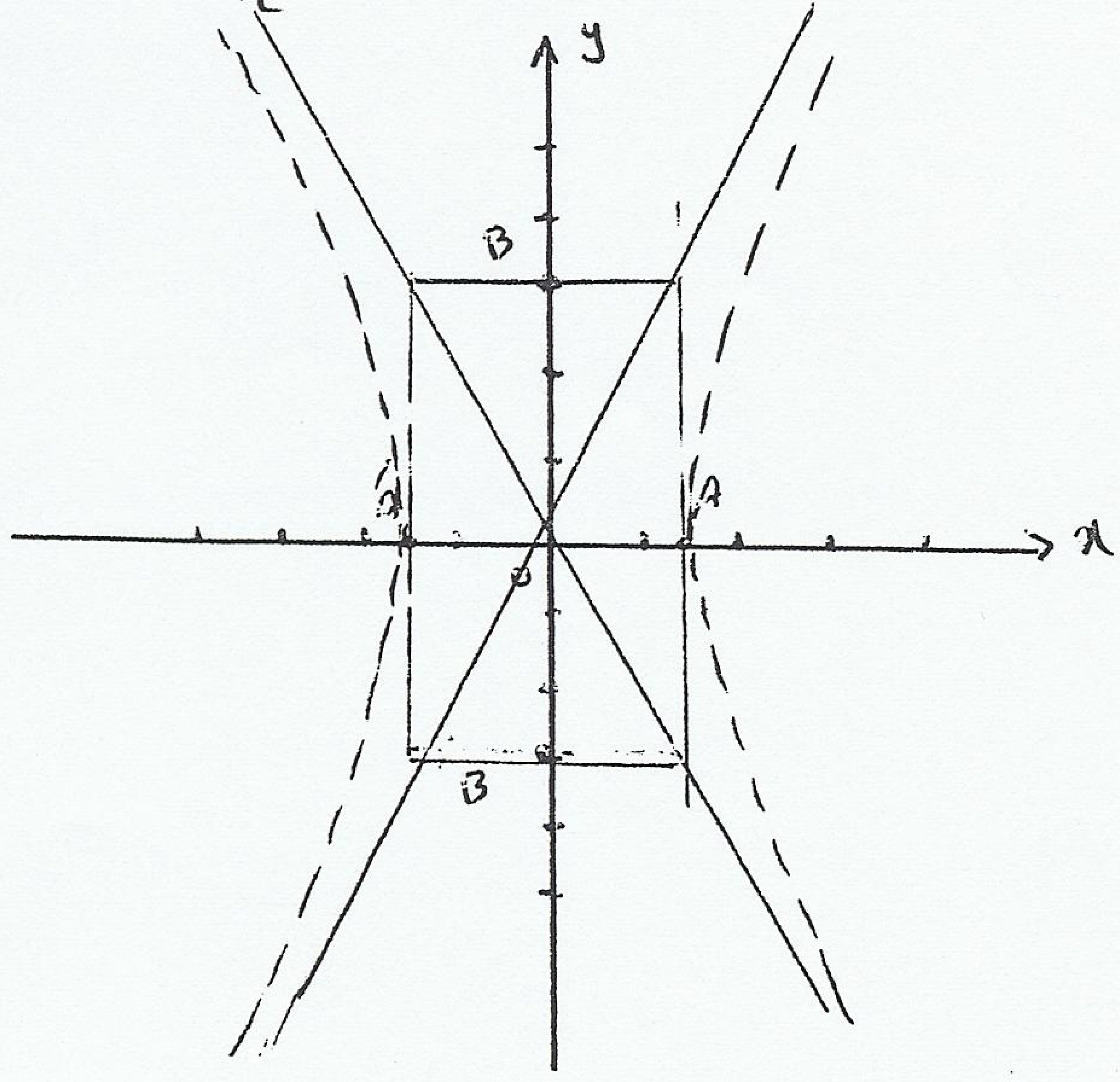
معادلتي المقاربين $y = \mp \frac{b}{a}x$

$y = \mp \frac{3}{\frac{3}{2}}x \Rightarrow y = \mp 2x$

(5) $\Delta_1: y = 2x$

(5) $\Delta_2: y = -2x$

الرسم (5)



من أجل $x = 3 \Leftarrow$

$4(9) - y^2 = 9 \Rightarrow y^2 = 36 - 9 = 27$

$y = \mp 3\sqrt{3}$

(5) $y = 3\sqrt{3}$ بما أن M تقع في الربع الأول

$M(3, 3\sqrt{3})$ نقطة التماس

ميل المماس $m = \frac{b^2}{a^2}\left(\frac{x_0}{y_0}\right)$

سلم المذاكرة الثانية – مادة الرياضيات

الثالث الثانوي العلمي نموذج (د)

تتمة التمرين (2) مقطوع

$$m = \frac{9}{\frac{9}{4}}\left(\frac{3-0}{3\sqrt{3}-0}\right) = 4\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

(5) $$m = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

معادلة المماس

(5) $$d: \; y - 3\sqrt{3} = \frac{4}{\sqrt{3}}(x-3)$$

المجموع (90)

3) حساب $\cos^4\theta$

(5) $$\cos\theta = \frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}$$

$$\cos^4\theta = \left[\frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}\right]^4$$

(5) $$\cos^4\theta = \frac{1}{16}\left(e^{i\theta}+e^{-i\theta}\right)^4$$

(15) $$\cos^4\theta = \frac{1}{16}\left[e^{4\theta i} + 4e^{3\theta i}\cdot e^{-\theta i} + 6e^{2\theta i}\cdot e^{-2\theta i} + 4e^{i\theta}\cdot e^{-3\theta i} + e^{-4\theta i}\right]$$

$$\cos^4\theta = \frac{1}{16}\left[e^{4\theta i}+e^{-4\theta i}+4e^{2\theta i}+6+4e^{-2\theta i}\right]$$

(10) $$\cos^4\theta = \frac{1}{16}\left[\left(e^{4\theta i}+e^{-4\theta i}\right)+4\left(e^{2\theta i}+e^{-2\theta i}\right)+6\right]$$

حسب أولر

(10) $$\cos^4\theta = \frac{1}{16}\left[2\cos 4\theta + 4(2\cos 2\theta) + 6\right]$$

(5) $$\cos^4\theta = \frac{1}{8}\cos 4\theta + \frac{1}{2}\cos 2\theta + \frac{3}{8}$$

$$\int \cos^4 x\,dx = \int\left(\frac{1}{8}\cos 4x + \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{3}{8}\right)dx$$

(10) $$\int \cos^4 x\,dx = \frac{1}{32}\sin 4x + \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{3}{8}x + c$$

المجموع (60)

4) $$f(x) = \frac{x^2+2x+1}{x-1} \qquad D = R\setminus\{1\}$$

$$\Delta: \; y = x+3$$

(10) $$f(x) - y_\Delta = \frac{x^2+2x+1}{x-1} - (x+3)$$

(10) $$f(x) - y_\Delta = \frac{x^2+2x+1-(x+3)(x-1)}{x-1}$$

$$f(x) - y_\Delta = \frac{x^2+2x+1-(x^2+2x-3)}{x-1}$$

(10) $$f(x) - y_\Delta = \frac{4}{x-1}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-y_\Delta\right] = 0 \;,\; \lim_{x\to\infty}\left[f(x)-y_\Delta\right] = 0$$

(10) إذاً $\Delta: y = x+3$ مقارب مائل عند $-\infty$ و عند $+\infty$

لدراسة الوضع النسبي ندرس إشارة الفرق

x	$-\infty$ … 1	1 … $+\infty$
(10) $f(x)-y_\Delta = \frac{4}{x-1}$	$-$	$+$
(10) الوضع النسبي	Δ فوق C	Δ تحت C

المجموع (60)

رابعاً المسألة

$$D = R \qquad f(x) = \frac{2e^x}{e^x+1}$$

أ) دراسة التغيرات

(5) f معرف ومستمر واشتقاقي على $]-\infty,+\infty[$

(5) $$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \frac{0}{0+1} = 0$$

(10) إذاً $\Delta_1: \boxed{y=0}$

مستقيم مقارب لـ (C) منطبق على $x'x$ المقارب في جهة $-\infty$

(5) $$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{+\infty}{+\infty}$$ حالة عدم تعيين لإزالة نأخذ

(5) $$f(x) = \frac{2e^x}{e^x\left(1+\frac{1}{e^x}\right)}$$ في جوار $+\infty$

(5) $$f(x) = \frac{2}{1+\frac{1}{e^x}}$$

(5) $$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{2}{1+0} = 2$$

(5) إذاً $\Delta_2: \boxed{y=2}$

مستقيم مقارب لـ (C) المقارب في جهة $+\infty$

(5) $$f'(x) = \frac{2e^x(e^x+1) - e^x(2e^x)}{(e^x+1)^2}$$

سلم المذاكرة الثانية – مادة الرياضيات
الثالث الثانوي العلمي نموذج (د)

تتمة المسألة

$$f'(x) = \frac{\cancel{2e^{2x}} + 2e^{x} - \cancel{2e^{2x}}}{(e^{x}+1)^2}$$

(10) $$f'(x) = \frac{2e^{x}}{(e^{x}+1)^2} > 0$$

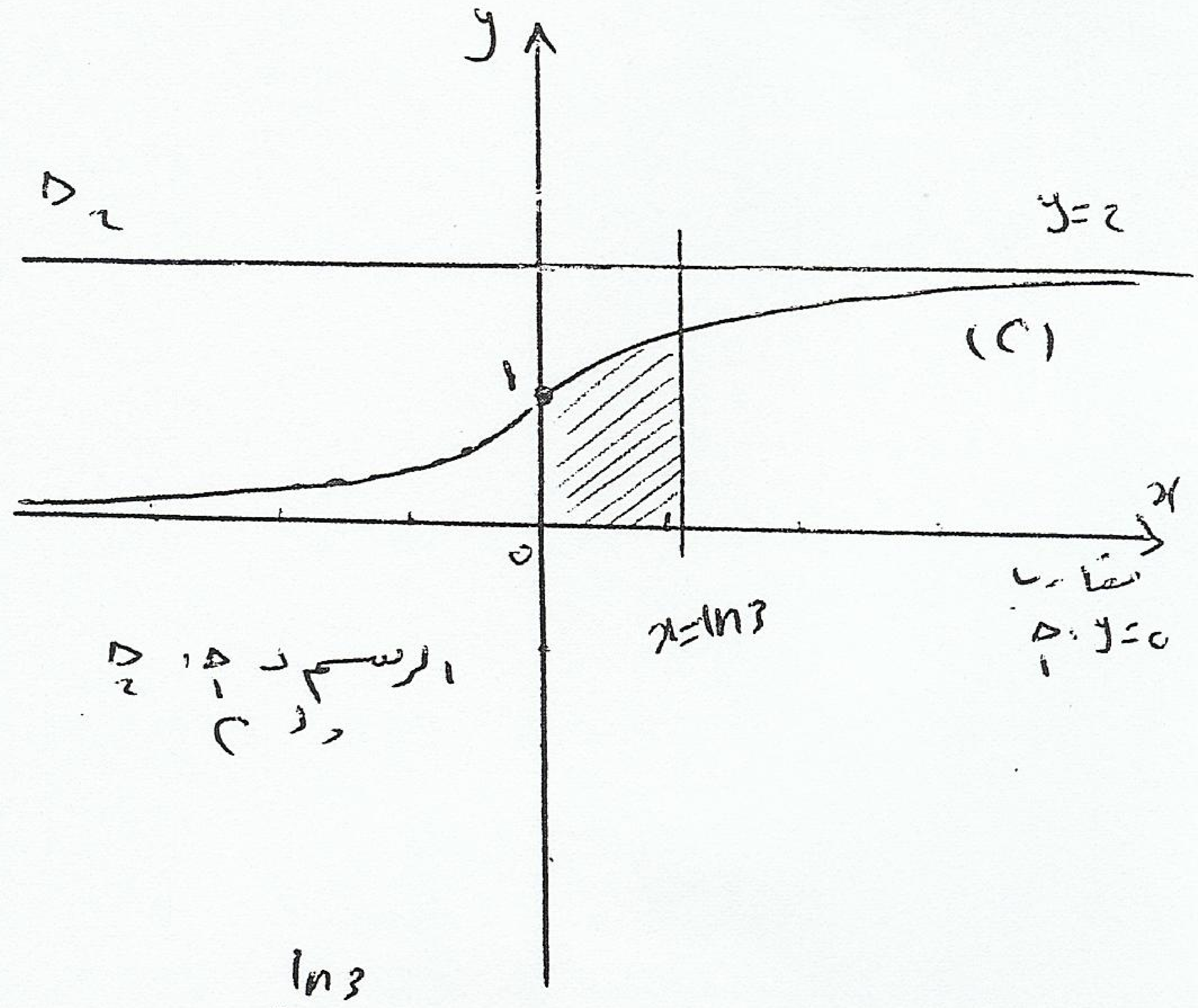
x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		+	
$f(x)$	0	$\nearrow$	+2

(5) (5)

(2) لرسم C نقاطع C مع المحور y'y نكتب

$x=0 \Rightarrow y=f(0)=\frac{2}{1+1}=1$

$(0,1)\in C$



تقارب م: $y=0$

(5+5+5) الرسم د، D_2، C

$$S = \int_0^{\ln 3} f(x)\,dx$$

(5) $$S = \int_0^{\ln 3} \frac{2e^{x}}{e^{x}+1}\,dx$$

(5) $$S = \Big[2\ln(e^{x}+1)\Big]_0^{\ln 3}$$

$S = 2\ln(e^{\ln 3}+1) - 2\ln(e^{0}+1)$

$= 2\ln(3+1) - 2\ln 2$

$= 2\ln 4 - \ln 4$

(5) $S = \ln 4$

(3) (5) $$f_1(x) = \frac{2}{1+e^{x}}$$

المجموعة $R =]-\infty, +\infty[$

نضرب حدي الكسر بـ e^{-x}

(5) $$f_1(x) = \frac{2e^{-x}}{e^{-x}+1}$$

نكتب

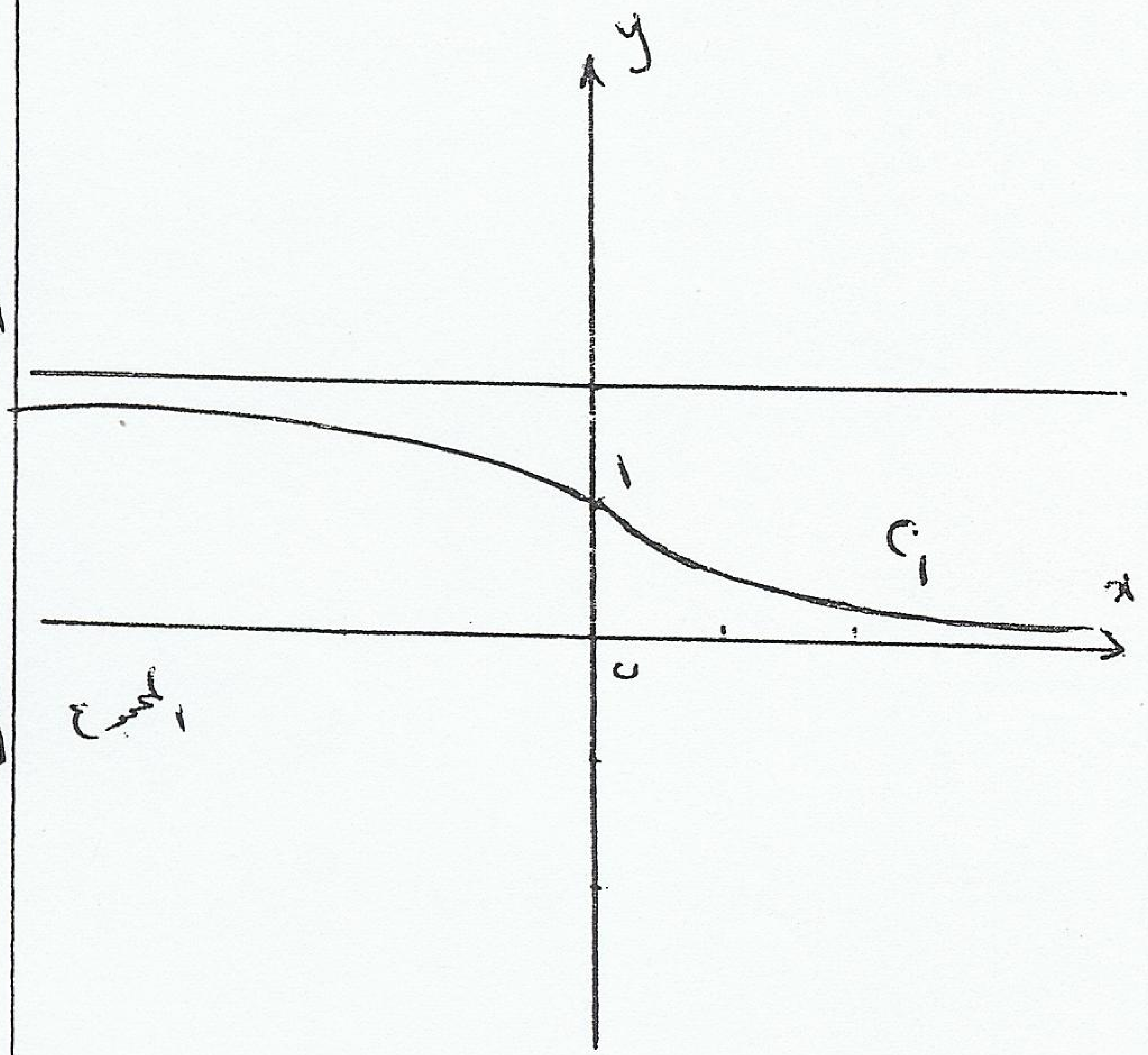
(5) $$f(-x) = \frac{2e^{-x}}{e^{-x}+1}$$

نلاحظ أن

(5) $$f_1(x) = f(-x)$$

أيا كان $x \in R$

(5) نستنتج أن C_1 هو نظير C بالنسبة للمحور y'y



(5) الرسم

130 المجموع