سلم المذاكرة الثانية – مادة الرياضيات

الثالث الثانوي العلمي نموذج (٦)

أولاً (50 درجة)

يكون $\overset{\triangle}{ABC}$ قائماً في B اذا كان

10 $Z = \frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B}$ تخيلي بحت

5+5 $Z = \frac{-e^{i\theta}+i-1-i}{e^{i\theta}+i-1-i} = \frac{-(e^{i\theta}+1)}{e^{i\theta}-1}$

5+5 $= \frac{-e^{i\frac{\theta}{2}}(e^{i\frac{\theta}{2}}+e^{-i\frac{\theta}{2}})}{e^{i\frac{\theta}{2}}(e^{i\frac{\theta}{2}}-e^{-i\frac{\theta}{2}})} = \frac{-(e^{i\frac{\theta}{2}}+e^{-i\frac{\theta}{2}})}{(e^{i\frac{\theta}{2}}-e^{-i\frac{\theta}{2}})}$

5×4 $= \frac{-2\cos\frac{\theta}{2}}{2\sin\frac{\theta}{2}\, i} = -\cot\frac{\theta}{2}\left(\frac{1}{i}\right) = \cot\frac{\theta}{2} . i$

وهو تخيلي بحت اذاً B قائمة .

50

ثانياً

التمرين ① (60 درجة)

نفرض $M(x,y)$ نقطة من S .

بعد M عن $d_1: 2x-y=0$ هو

5 $l_1 = \frac{|2x-y|}{\sqrt{4+1}}$

بعد M عن $d_2: 2x+y=0$ هو

5 $l_2 = \frac{|2x+y|}{\sqrt{4+1}}$

جداء البعدين

10+10 $l_1 \cdot l_2 = \frac{|4x^2-y^2|}{5} = 4 \Rightarrow |4x^2-y^2| = 20$

اما

5+5 $4x^2-y^2=20 \Rightarrow H_1: \frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{20}=1$

أو

5+5 $4x^2-y^2=-20 \Rightarrow H_2: \frac{y^2}{20}-\frac{x^2}{5}=1$

10 مجموعة النقاط M هي اجتماع القطعين $S=H_1 \cup H_2$

60

التمرين ② (40 درجة)

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

5 $R_1 \longleftrightarrow R_3$

5×3 $A \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} -2R_1+R_2 \to R_2 \\ -3R_1+R_3 \to R_3 \end{matrix}$

10 $A \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & -2 & -1 & -9 \end{pmatrix} : R_2 \longleftrightarrow R_3$

10 $A \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & -2 & -1 & -9 \\ 0 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix} = H$

40 H هي المصفوفة المدرجة المكافئة لـ A

التمرين ③ (60 درجة)

الدالة f : $f(x)=e^x-x-1$

5 هي دالة معرفة على R ومستمرة واشتقاقية عليها

5 $f'(x)=e^x-1$

5×2 $(f(0)=0 ,\ x=0) \Leftarrow f'(x)=0$

5 عندما $x<0$ فإن $f'(x)<0 : e^x<e^0=1$

5 وعندما $x>0$ فإن $f'(x)>0 : e^x>e^0=1$

5

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	0	$\nearrow$	

5 من الجدول أياً كان $x\in R$ فإن $f(x)\geqslant 0$

10 $e^x-x-1\geqslant 0 \Rightarrow e^x \geqslant x+1$

سلم المذاكرة الثانية – مادة الرياضيات

الثالث الثانوي العلمي نموذج (ح)

5 ونلاحظ أن $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{x} \geq \lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)$

5 لكن $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)=+\infty$ إذاً $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{x}=+\infty$ (مبرهنة)

(60)

ثالثاً

السؤال ① (60 درجة)

لتعيين نقاط تقاطع الخطين c_1 و c_2

5 نجعل $f_1(x)=f_2(x)$ على المجال $[0,+\infty[$

5×3 $\sqrt{8x}=x^2 \Rightarrow x^4-8x=0 \Rightarrow x(x^3-8)=0$

5 $x=0$ أو $x=2$

5 ونلاحظ على $[0,2]$ أن $f_1(x)\geq f_2(x)$

المساحة المحصورة بين الخطين

5 $S=\int_0^2 [f_1(x)-f_2(x)]\cdot dx$

5 $=\int_0^2 (2\sqrt{2}\sqrt{x}-x^2)\,dx$

5 $=\left[2\sqrt{2}\,\dfrac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}-\dfrac{x^3}{3}\right]_0^2=$

5+5 $=\left[\dfrac{4\sqrt{2}}{3}\sqrt{x^3}-\dfrac{x^3}{3}\right]_0^2=\left[\dfrac{4\sqrt{2}}{3}\times 2\sqrt{2}-\dfrac{8}{3}\right]-0$

5 $=\dfrac{16}{3}-\dfrac{8}{3}=\dfrac{8}{3}$

(60)

السؤال ② (60 درجة)

5 $Z_1=-2+2\sqrt{3}\,i \quad : r_1=|Z_1|=\sqrt{4+12}=4$

5 $=4\left(-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)$

10 $=4\left(\cos\dfrac{2\pi}{3}+\sin\dfrac{2\pi}{3}i\right)\Rightarrow Z_1=4e^{i\frac{2\pi}{3}}$

5 $Z_2=\sqrt{3}+i \quad : r_2=|Z_2|=\sqrt{3+1}=2$

5 $Z_2=2\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i\right)$

5 $=2\left(\cos\dfrac{\pi}{6}+\sin\dfrac{\pi}{6}i\right)\Rightarrow Z_2=2e^{i\frac{\pi}{6}}$

5×2 $\dfrac{Z_1}{Z_2}=\dfrac{4e^{i\frac{2\pi}{3}}}{2e^{i\frac{\pi}{6}}}=\dfrac{4}{2}e^{i\left(\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{6}\right)}$

5 $=2e^{i\frac{\pi}{2}}$

5 $\left(\dfrac{Z_1}{Z_2}\right)^9=\left(2e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^9=2^9e^{i\frac{9\pi}{2}}$

5 $=512e^{i\left(4\pi+\frac{\pi}{2}\right)}=512e^{i\frac{\pi}{2}}=512i$

(60)

السؤال ③ (60 درجة)

$f(x)=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{x^3}{3}\right) \quad : [1,4]$

نفرض l طول القوس فيكون

10 $l=\int_1^4 \sqrt{1+f'^2(x)}\,dx$

5 $f'(x)=\dfrac{1}{2}\left(-\dfrac{1}{x^2}+x^2\right)$

5 $f'^2(x)=\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{x^4}-2+x^4\right)$

5 $1+f'^2(x)=1+\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{x^4}-2+x^4\right)$

$=\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{x^4}+2+x^4\right)$

5 $=\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{x^2}+x^2\right)^2$

5 $\sqrt{1+f'^2(x)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{x^2}+x^2\right)>0$

5×2 $l=\int_1^4 \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{x^2}+x^2\right)dx=\int_1^4\left(\dfrac{1}{2}x^{-2}+\dfrac{1}{2}x^2\right)dx$

5 $=\left[\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{x^{-1}}{-1}+\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{x^3}{3}\right]_1^4$

5 $=\left[-\dfrac{1}{8}+\dfrac{64}{6}\right]-\left[-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{6}\right]$

5 $=\dfrac{3}{8}+\dfrac{63}{6}=\dfrac{3}{8}+\dfrac{21}{2}=\dfrac{87}{8}$

(60)

سلم المذاكرة الثانية – مادة الرياضيات
الثالث الثانوي العلمي نموذج (٧)

السؤال الرابع (90 درجة)

$H: 16x^2 - 9y^2 + 18y - 153 = 0$ [A]

5 $16x^2 - 9(y^2 - 2y + 1 - 1) - 153 = 0$

$16x^2 - 9(y-1)^2 + 9 - 153 = 0$

$16x^2 - 9(y-1)^2 = 144$ $\div 144$

10 $H: \frac{x^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{16} = 1$

مركز القطع $O'(0,1)$ ، المحور المحرقي xx' //

5 $(a=3, b=4, c=5) \Leftarrow b^2 = 16$ ، $a^2 = 9$

5 $A(x_0 + a, y_0) = (3,1)$

$A'(x_0 - a, y_0) = (-3,1)$

5 $F(x_0 + c, y_0) = (5,1)$ و $F'(-5,1)$

5 $B(x_0, y_0 + b) = (0,5)$ ، $B'(0,-3)$

المقاربات

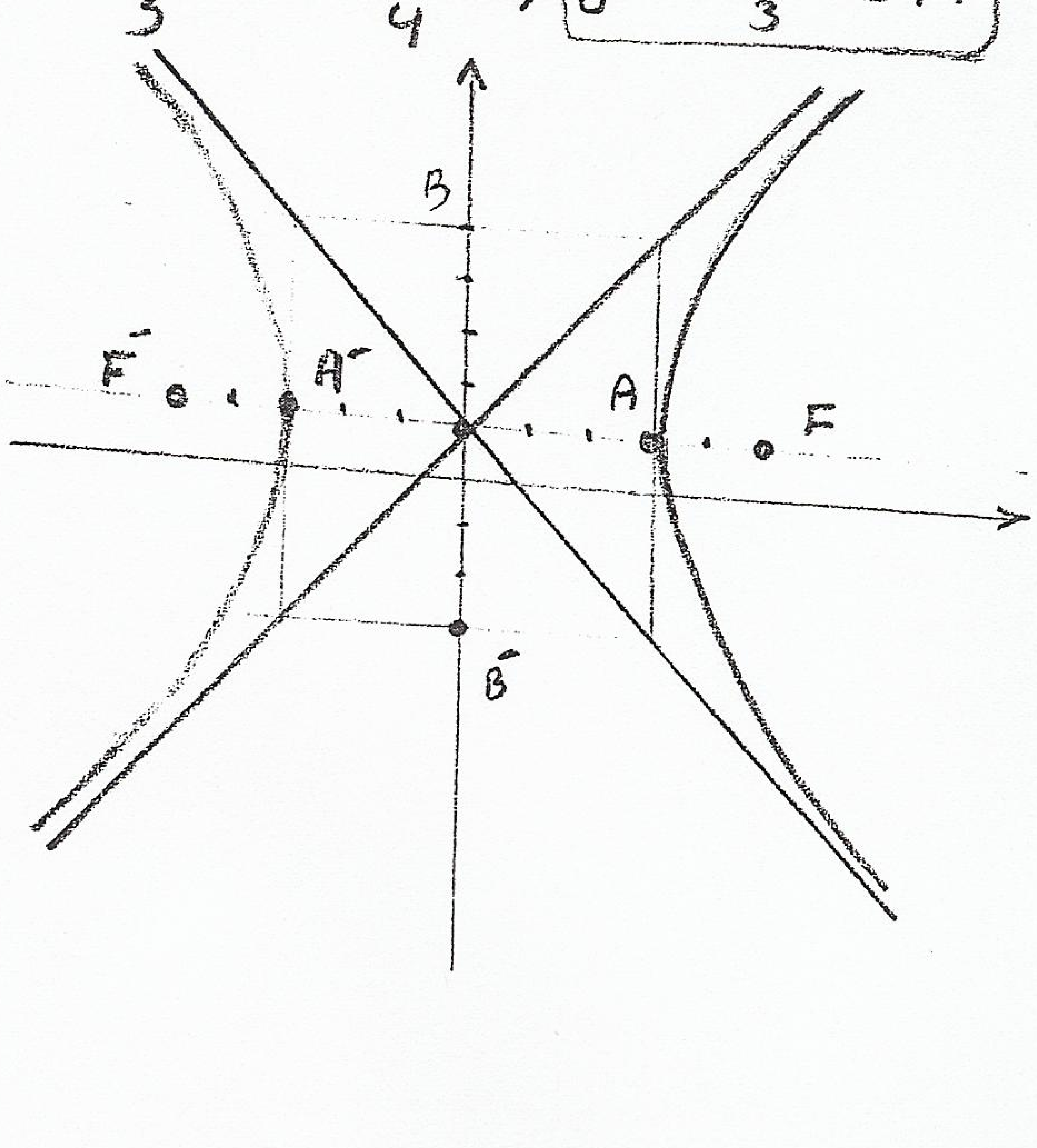
$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b}$

5×2 $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{4} \Rightarrow \boxed{y = \frac{4}{3}x + 1}$

$\frac{x - x_0}{a} = -\frac{y - y_0}{b}$

5×2 $\frac{x}{3} = -\frac{y-1}{4} \Rightarrow \boxed{y = -\frac{4}{3}x + 1}$

10



[B] $M(5, \frac{19}{3})$

$H: \frac{x^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{16} = 1$

$l_1 = \frac{25}{9} - \frac{(\frac{16}{3})^2}{16}$

5 $= \frac{25}{9} - \frac{(16)^2}{9 \times 16} = \frac{25}{9} - \frac{16}{9} = \frac{9}{9} = 1 = l_2$

إذاً $M(5, \frac{19}{3}) \in H$

ميل المماس : ويحسب بالاستعانة بالمشتق

5 أو مباشرة $m = \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x_M - x_0}{y_M - y_0}$

5 $= \frac{16}{9} \cdot \frac{5-0}{\frac{19}{3} - 1} = \frac{16}{9} \times \frac{5}{\frac{16}{3}} = \frac{5}{3}$

معادلة المماس

5 $y - y_M = m(x - x_M)$

5 $y - \frac{19}{3} = \frac{5}{3}(x) \Rightarrow \boxed{y = \frac{5}{3}x + \frac{19}{3}}$

90

رابعاً (120 درجة)

$f(x) = ax + \frac{b}{x^3} : x \in R^*$

5 أولاً : $f(1) = 4$ قيمة محلية صغرى

5 $f(1) = 4 \Rightarrow \boxed{4 = a + b}$

5 f قابلة للاشتقاق عند $x = 1$ فعند القيمة المحلية يكون $f'(1) = 0$

5 $f'(x) = a - \frac{3b}{x^4}$

5 $f'(1) = 0 \Rightarrow \boxed{0 = a - 3b}$

من الثانية $a = 3b$ نعوض في الأولى

10 $4 = 3b + b \Rightarrow \boxed{b = 1 , a = 3}$

5 $f(x) = 3x + \frac{1}{x^3}$

سلم المذاكرة الثانية – مادة الرياضيات

الثالث الثانوي العلمي نموذج (٢)

ثانياً: ①

$f(x)=3x+\frac{1}{x^3} \ : x\in R^*$

$f(x)-y_\Delta=3x+\frac{1}{x^3}-3x=\frac{1}{x^3}$ 5

$\lim_{x\to-\infty}[f(x)-y_\Delta]=\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x^3}=0$ 5

$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y_\Delta]=\lim\frac{1}{x^3}=0$ 5

المستقيم $\Delta: y=3x$ مقارب مائل في جوار كل من $(+\infty)$ و $(-\infty)$. 5

من أجل $x<0$: $f(x)-y_\Delta<0 \Leftarrow$ 5

C تحت Δ

من أجل $x>0$: $f(x)-y_\Delta>0 \Leftarrow$ 5

C فوق Δ.

② f معرف على R^* مستمر واشتقاقي على كل من المجالين $]-\infty,0[$ ، $]0,+\infty[$. 5

$\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty \ , \ \lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ 5

$\lim_{x\overset{<}{\to}0}f(x)=-\infty \ , \ \lim_{x\overset{>}{\to}0}f(x)=+\infty$ 5

المستقيم $\boxed{x=0}$ مقارب منطبق على yy' في جوار كل من $+\infty$ و $-\infty$. 5

$f'(x)=3-\frac{3}{x^4}$ 5

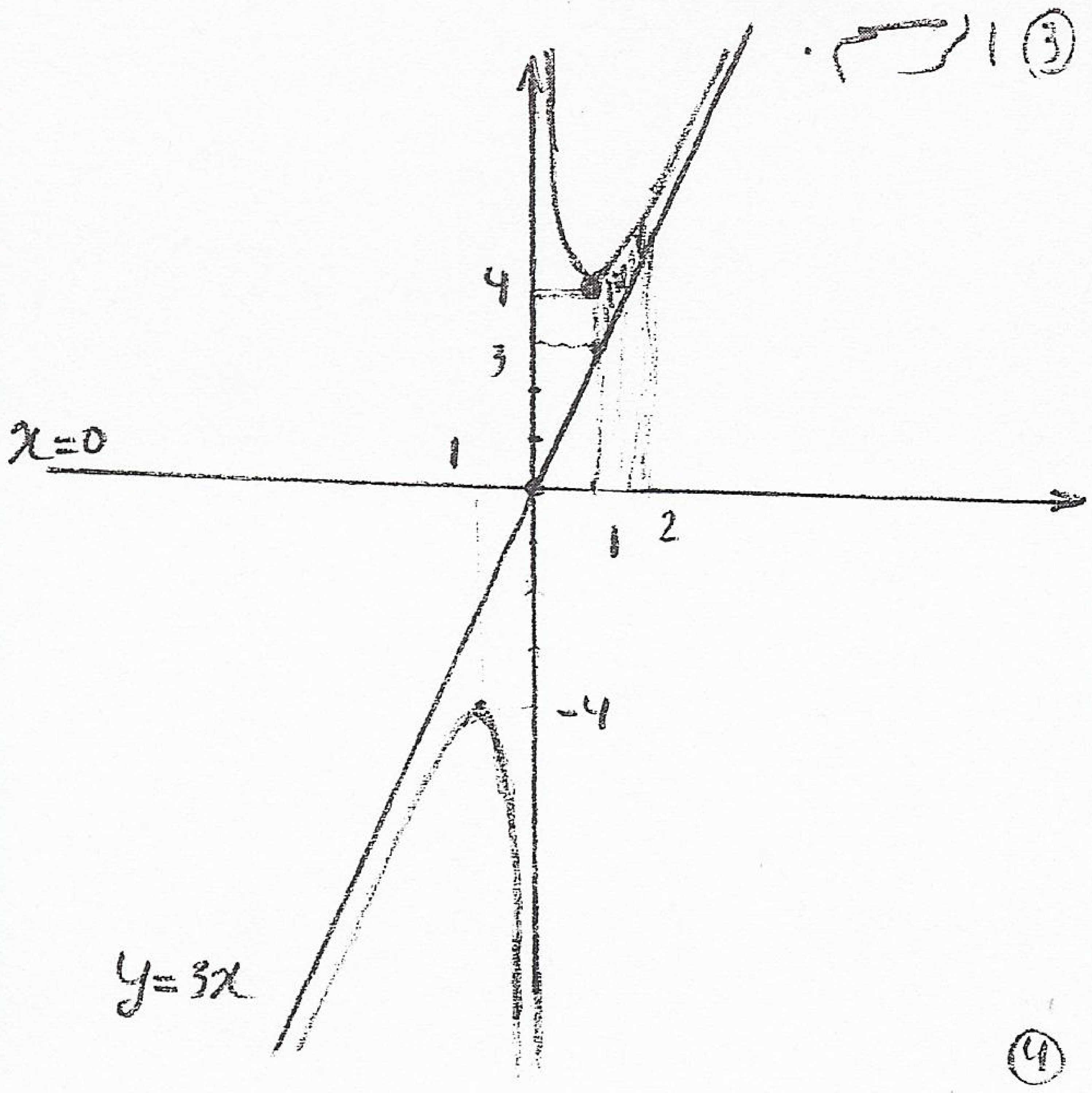
$f'(x)=0 \Rightarrow x^4=1$ ، $x^2=1$

$\Leftarrow (x=1, f(1)=4)$ ، $((x=-1, f(-1)=-4))$ 5

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	||	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-4	↘ $-\infty$	||	$+\infty$ ↘	4	↗	$+\infty$

5

③ الرسم:

5 

④

3 $V=\pi\int_1^2 f^2(x)\,dx$

$=\pi\int_1^2\left(3x+\frac{1}{x^3}\right)^2dx$

5 $=\pi\int_1^2\left(9x^2+\frac{6}{x^2}+\frac{1}{x^6}\right)dx$

$=\pi\left[3x^3-\frac{6}{x}-\frac{1}{5x^5}\right]_1^2$

$=\pi\left[\left(24-3-\frac{1}{160}\right)-\left(3-6-\frac{1}{5}\right)\right]$

2 $=\pi\left[24+\frac{31}{160}\right]$

20 $=\pi\,\frac{3871}{160}$