

أولاً: أجبني عن السؤال الآتي: (٥٠ درجة)

$$Z = \frac{(i \cos 2\theta - \sin 2\theta)^6}{(\sin 4\theta - i \cos 4\theta)^3}$$

باستخدام دستور موافر ، احسبي العدد المركب

ثانياً: حلّ التمارين الثلاث الآتية: (٦٠ + ٦٠ + ٤٠)

التمرين الأول: لتكن الدالة $f(x) = \frac{1}{x \ln(x)}$ أوجد مجموعة التعريف D ثم برهني اعتماداً على التعريف أن للدالة قيمة كبرى

$$\text{محلياً عند } x = \frac{1}{e}$$

التمرين الثاني: ليكن المستويان $P_1 : 2\lambda x + y - z - 2 = 0$

$$P_2 : x - \lambda y - z + 2 = 0$$

عيني λ يكون $P_1 \perp P_2$ ثم من أجل $\lambda = -1$ اكتب معادلة المستوي P المار من النقطة $A(1, 1, 1)$ والذي يتعامد مع كل من

المستويين P_1, P_2

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & -5 & 0 & -2 \\ 1 & -2 & 1 & -4 \\ & & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} ١$$

التمرين الثالث: أوجد المصفوفة المدرجة المكافئة للمصفوفة :

ثالثاً: أجبني عن الأسئلة الآتية: (٦٠ + ٦٠ + ٦٠ + ٩٠)

① ليكن (C) الخط البياني للدالة f المعرفة على $[-2, 2]$ وفق $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$

احسبي مساحة السطح المحدد بالخط (C) والمحور xx' والمستقيمان $x=0, x=2$ ثم احسبي الحجم المتولد عن دوران هذا السطح حول xx' دورة كاملة.

② في مجموعة الاعداد المركبة أوجد الجذور من المرتبة السادسة للعدد $z=1$ ثم أثبتني أن مجموع هذه الجذور يساوي الصفر.

③ ليكن C الخط البياني للدالة f المعرفة على $[\omega, +\infty[$ وفق $f(x) = \frac{1}{8}x^2 - \ln x$

أوجد طول القوس من C الموافق للمجال $[1, e]$

④ أوجد معادلة القطع الزائد الذي محوره المحرق $x = -2$ وأحد مقاربيه $y = 2x + 3$ والبعد بين ذروتيه يساوي ٨

ثم ارسمي القطع وأوجد معادلة مقاربه الآخر.

وبفرض $M(x, y)$ نقطة من هذا القطع هي صورة العدد المركب $Z = x + yi$ أوجد معادلة هذا القطع باستخدام رمز العدد

المركب Z

رابعاً: حلّ المسألة الآتية: (١٢٠ درجة)

$$f(x) = x - \frac{e^x}{e^x - 1}$$

ليكن C الخط البياني للدالة f المعرفة على R^* وفق

① أثبتني أن $\Delta_1 : y = x$ مقارب مائل للخط C عند $-\omega$ وادرسي وضع C بالنسبة لـ Δ_1 في $[\omega, +\infty[$

وأن $\Delta_2 : y = x - 1$ مقارب مائل للخط C عند $+\omega$ وادرسي وضع C بالنسبة لـ Δ_2 في $[\omega, +\infty[$

② ادرسي تغيرات f ونظمي جدولاً بها واستنتجي أن yy' مقارب للخط C

③ ارسمي كل مقارب للخط C وارسمي الخط C

انتهت الأسئلة