سلم المذاكرة الثانية – مادة الرياضيات
الثالث الثانوي العلمي نموذج (A)

أولاً: حساب العدد المركب

5×4 $Z = \frac{[i(\cos 2\theta + i\sin 2\theta)]^6}{[-i(\cos 4\theta + i\sin 4\theta)]^3}$

5×4 $Z = \frac{i^6\,\cancel{[\cos(12\theta) + i\sin(12\theta)]}}{(-i)^3\,\cancel{[\cos(12\theta) + i\sin(12\theta)]}}$

5×2 $Z = \frac{-1}{(-1)^3\,(i^3)} = \frac{i^2}{(-1)(-i)} = i$

50 المجموع

ثانياً: التمرين الأول:

10 $D =]0, +\infty[\setminus \{1\}$

الدالة مستمرة واشتقاقية على كل من المجالين
5 $]0,1[$ و $]1,+\infty[$

10 $f'(x) = \frac{-[1+\ln x]}{x^2 \ln^2(x)}$

5+5 $f'(x) = 0$ ، $1 + \ln x = 0$ ، $\ln x = -1$ ، $x = \frac{1}{e}$ ، $f(\frac{1}{e}) = -e$

x	0		$\frac{1}{e}$		1		$+\infty$
5 $f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	
5 $f(x)$		$\nearrow$	$-e$	$\searrow$	‖	$\searrow$	

5 يوجد مجال مفتوح $D_1 =]0,1[$

5 أياً كانت $x \in D \cap D_1 =]0,1[$

5 فإن $f(x) \leqslant -e$

ومنه $f(x) \leqslant f(\frac{1}{e})$ ومنه $f(\frac{1}{e}) = -e$ قيمة كبرى محلية

60 المجموع

التمرين الثاني:

عندما شرط التعامد $P_1 \perp P_2$

$(2\lambda)(1) + (1)(-\lambda) + (-1)(-1) = 0$

10 $\lambda = -1$

بفرض $\vec{n_1}$ الناظم على $\vec{P_1}$

$\vec{n_2}$ الناظم على $\vec{P_2}$

10 فإن الناظم على المستوي المطلوب: $\vec{n} = \vec{n_1} \wedge \vec{n_2}$

لدينا $P_1: -2x + y - z - 2 = 0$

$P_2: x + y - z + 2 = 0$

5+5 $\vec{n_1}(-2, 1, -1)$ ، $\vec{n_2}(1, 1, -1)$

5 $\vec{n} = \vec{n_1} \wedge \vec{n_2} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$

10 $\vec{n} = -3\vec{j} - 3\vec{k}$

معادلة المستوي P:
المار من $A(1,1,1)$ والمتجه الناظم له $\vec{n}$

10 $0(x-1) - 3(y-1) - 3(z-1) = 0$

$-3y - 3z + 6 = 0$

5 معادلة المستوي P: $\boxed{y + z - 2 = 0}$

60 المجموع

التمرين الثالث: المصفوفة المدرجة

3 نجري التحويل: $R_1 \longleftrightarrow R_3$

3 $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & -4 \\ 3 & -5 & 0 & -2 \\ -2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

3 نجري التحويلين $R_2 - 3R_1 \longrightarrow R_2$

3 $R_3 + 2R_1 \longrightarrow R_3$

3
3 $A \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & -3 & 10 \\ 0 & -3 & 1 & -7 \\ 0 & 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

3 نجري التحويلين $R_3 + 3R_2 \longrightarrow R_3$

3 $R_4 - 2R_2 \longrightarrow R_4$

3
3 $A \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & -3 & 10 \\ 0 & 0 & -8 & 23 \\ 0 & 0 & 10 & -19 \end{bmatrix}$

5 نجري التحويل $R_4 + \frac{5}{4}R_3 \longrightarrow R_4$

5 $A \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & -3 & 10 \\ 0 & 0 & -8 & 23 \\ 0 & 0 & 0 & 39/4 \end{bmatrix}$

40 المجموع

ثالثاً: (1) حساب المساحة والحجم

نلاحظ أن الدالة من اشارة موجبة في مجال التكامل

5+5 $S = \int_a^b f(x)\, dx$

5 $S = \int_0^2 (x \cdot \sqrt{4-x^2})\, dx$

5 $S = -\frac{1}{2}\int_0^2 (-2x)(4-x^2)^{\frac{1}{2}}\, dx$

10 $S = \left[-\frac{1}{2}\,\frac{(4-x^2)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right]_0^2$

$S = \left[-\frac{1}{3}\sqrt{(4-x^2)^3}\right]_0^2$

5 $S = -\frac{1}{3}\left[(0)-(8)\right] = \frac{8}{3}$

حساب الحجم:

5 $V = \int_a^b \pi \cdot f^2(x)\, dx$

5 $V = \int_0^2 \pi\, x^2(4-x^2)\, dx$

5 $V = \pi \int_0^2 (4x^2 - x^4)\, dx$

5 $V = \pi\left[\frac{4x^3}{3} - \frac{x^5}{5}\right]_0^2$

5 $V = \pi\left[\frac{32}{3} - \frac{32}{5}\right] = \frac{64\pi}{15}$

60

(2) الجذور من المرتبة السادسة للعدد $z=1$

3 نفرض $w = r e^{i\theta}$ أحد الجذور فيكون

3 $w^6 = z = 1$

مناقشة

3 $(r e^{i\theta})^6 = 1$

3 $r^6 e^{i6\theta} = 1 e^{i0}$

ومنه $r^6 = 1$ $r = 1$

3+3 $6\theta = 2\pi k$ $\theta = \frac{2\pi k}{6}$

4	$k=0$	$\theta=0$	$w_0 = e^{i0} = 1$	1
4	$k=1$	$\theta=\frac{\pi}{3}$	$w_1 = e^{i\frac{\pi}{3}}$	q
4	$k=2$	$\theta=\frac{2\pi}{3}$	$w_2 = e^{i\frac{2\pi}{3}}$	q^2
4	$k=3$	$\theta=\pi$	$w_3 = e^{i\pi}$	q^3
4	$k=4$	$\theta=\frac{4\pi}{3}$	$w_4 = e^{i\frac{4\pi}{3}}$	q^4
4	$k=5$	$\theta=\frac{5\pi}{3}$	$w_5 = e^{i\frac{5\pi}{3}}$	q^5

3 وهي ستة حدود لمتتالية هندسية حدها

3 الأول 1 وأساسها $q = e^{i\frac{2\pi}{3}}$

ومجموعها

3x3 $1 + q + q^2 + q^3 + q^4 + q^5 = \frac{1-q^6}{1-q} = \frac{1-1}{1-q} = 0$

6 لأن $q^6 = (e^{i\frac{\pi}{3}})^6 = e^{i2\pi} = 1$

ملاحظة: لإثبات أن مجموع الجذور يساوي الصفر يمكن العودة وكتابة الجذور الستة بالشكل الجبري ثم بالجمع والاستنتاج أن مجموعها صفر

طريقة ثانية: يمكن حل السؤال بطريقة جبرية حيث

$w^6 = 1$

$w^6 - 1 = 0$

$(w^3-1)(w^3+1) = 0$

$(w-1)(w^2+w+1)(w+1)(w^2-w+1) = 0$

ومن ثم ايجاد الجذور الستة بالشكل الجبري

60 المجموع

(3) حساب طول القوس:

10 $L = \int_a^b \sqrt{1+f'^2(x)} \cdot dx$

5 • $f'(x) = \frac{1}{4}x - \frac{1}{x}$

5 • $f'^2(x) = \left(\frac{1}{4}x - \frac{1}{x}\right)^2$

$= \frac{1}{16}x^2 - \frac{1}{2} + \frac{1}{x^2}$

5 • $1+f'^2(x) = \frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{x^2}$

5 $1+f'^2(x) = \left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{x}\right)^2$

5 • $\sqrt{1+f'^2(x)} = \left|\frac{1}{4}x + \frac{1}{x}\right| = \frac{1}{4}x + \frac{1}{x}$ في المجال $[1,e]$

5 $L = \int_1^e \left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{x}\right) dx$

10 $L = \left[\frac{x^2}{8} + \ln(x)\right]_1^e$

5 $L = \left[\frac{e^2}{8} + \ln e\right] - \left[\frac{1}{8} + \ln 1\right]$

5 $L = \frac{e^2}{8} + 1 - \frac{1}{8} = \frac{e^2}{8} + \frac{7}{8}$

60 المجموع

سلم المذاكرة الثانية – مادة الرياضيات

الثالث الثانوي العلمي نموذج (A)

④ مسألة القطوع :

من معادلة المحور المحرقي $x=-2$ نجد

5 أن المحور المحرقي يوازي $y'y$

5 فالمعادلة من الشكل $\frac{(y-y_0)^2}{b^2} - \frac{(x-x_0)^2}{a^2} = 1$

ونجد أن $x_0 = -2$

5 نعوض في معادلة المقارب فنجد $y_0 = -1$

5 ومنه مركز القطع $O'(-2,-1)$

فرضاً البعد بين ذروتيه $2b = 8$

5 ومنه $b = 4$

5 ميل المقارب $y'_x = \frac{b}{a} = 2$

ومنه $a = 2$

5 5 فالمعادلة $\frac{(y+1)^2}{16} - \frac{(x+2)^2}{4} = 1$

معادلة المقارب الآخر

10 $y + 1 = -2(x+2)$

$y = -2x - 5$

طريقة أولى لسؤال العدد المركب : نوجد المحرقين ثم نكتب المعادلة الهندسية للقطع

طريقة ثانية :

5+5 $\begin{cases} z = x + iy \\ \bar{z} = x - iy \end{cases} \Rightarrow y = \frac{z-\bar{z}}{2i} \quad x = \frac{z+\bar{z}}{2}$

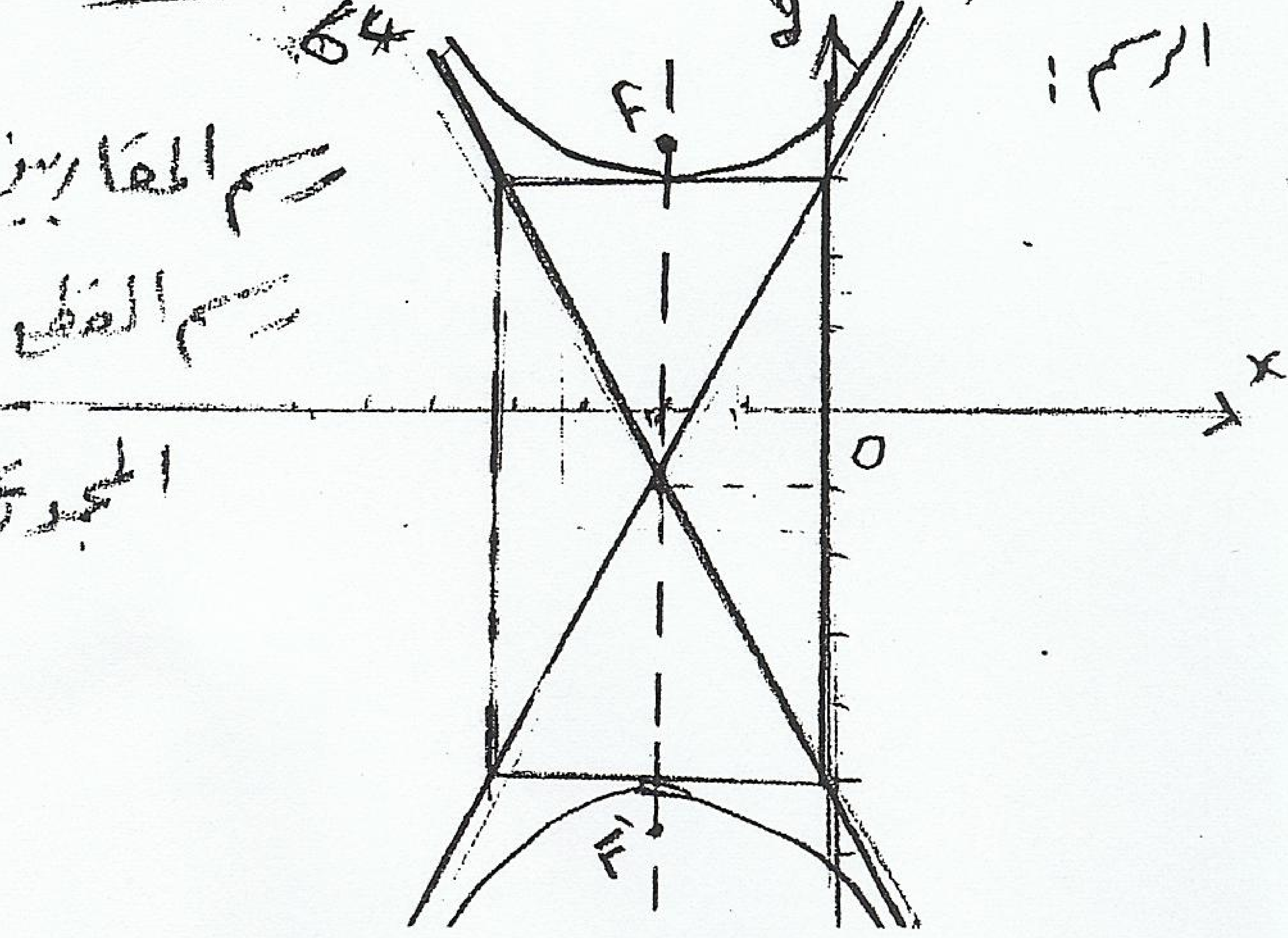
5 $\frac{\left(\frac{z-\bar{z}}{2i}+1\right)^2}{16} - \frac{\left(\frac{z+\bar{z}}{2}+2\right)^2}{4} = 1$

10 $\frac{(z-\bar{z}+2i)^2}{64} + \frac{(z+\bar{z}+4)^2}{16} = -1$

الرسم :

5+5 رسم المقاربين

5 رسم القطع



90 المجموع

رابعاً مسألة التحليل :

5×2 $\lim_{x\to-\infty}[f(x) - y_{\Delta_1}] = \lim_{x\to-\infty}\left[\frac{-e^x}{e^x-1}\right] = 0$

5 ومنه $y = x$ مستقيم مقارب للخط c في جوار $-\infty$

x	$-\infty$ … 0
$f(x) - y_\Delta$	$+$
الوضع النسبي	c فوق المقارب

5 $f(x) - y_{\Delta_2} = \left(x - \frac{e^x}{e^x-1}\right) - (x-1) = \frac{-1}{e^x-1}$

5 $\lim_{x\to+\infty}[f(x) - y_\Delta] = \lim_{x\to+\infty}\left[\frac{-1}{e^x-1}\right] = 0$

5+5 ومنه $y = x-1$ مقارب للخط c في جوار $+\infty$

x	0 … $+\infty$
$f(x) - y_\Delta$	$-$
الوضع النسبي	c تحت المقارب

② دراسة التغيرات :

5 الدالة معرفة على R^*

5 مستمرة واشتقاقية على كل من المجالين $]0,+\infty[$, $]-\infty,0[$

5+5 $\lim_{x\to-\infty}[f(x)] = -\infty$, $\lim_{x\to+\infty}[f(x)] = +\infty$

5×3 $\lim_{x\to 0^-}[f(x)] = -\infty$, $\lim_{x\to 0^+}[f(x)] = +\infty$ ، $x = 0$ مستقيم مقارب هو $y'y$

5 c على يمين المقارب عندما $x \to 0^+$ ، c على يسار المقارب عندما $x \to 0^-$

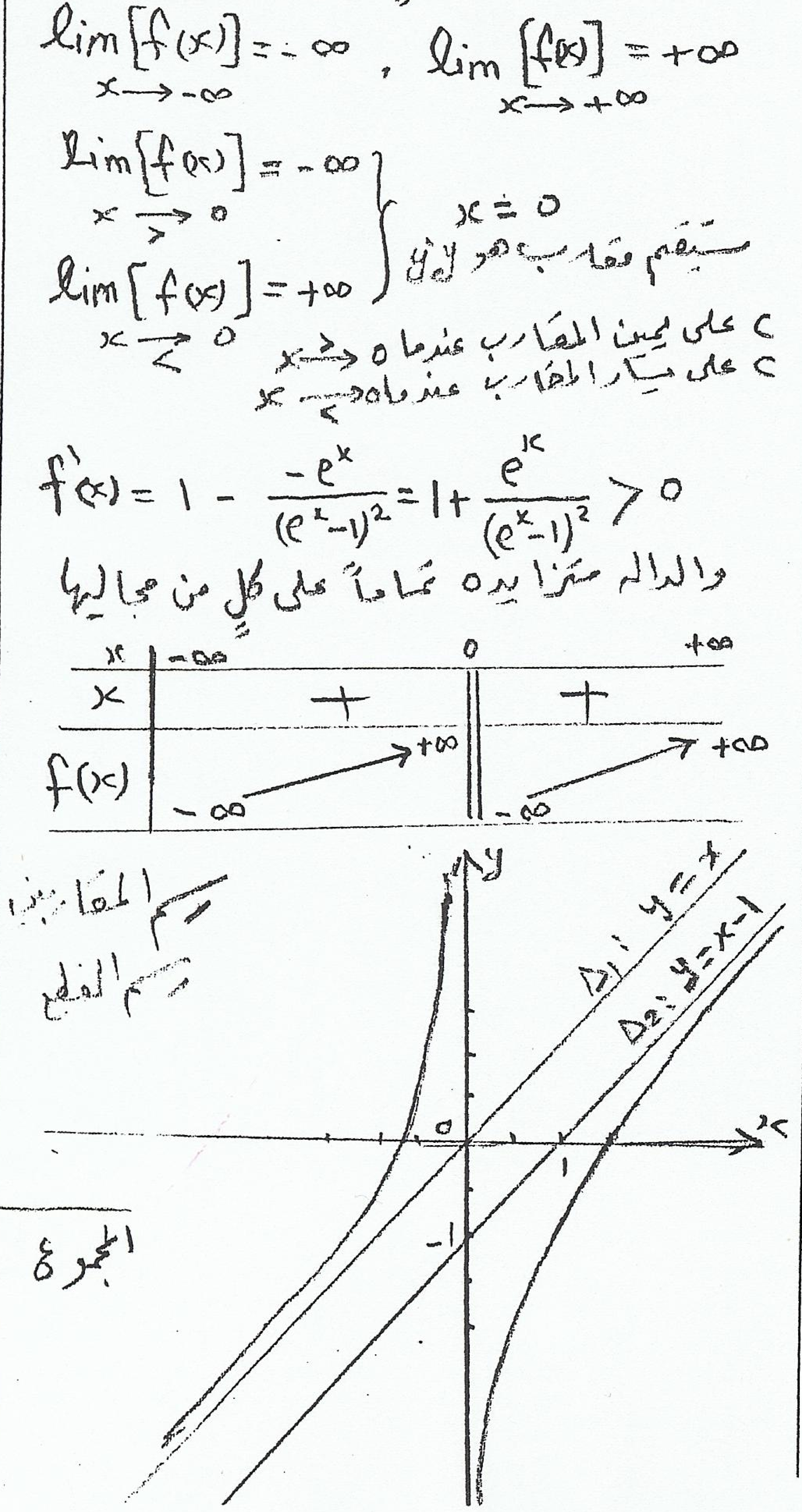
0+5 $f'(x) = 1 - \frac{-e^x}{(e^x-1)^2} = 1 + \frac{e^x}{(e^x-1)^2} > 0$

والدالة متزايدة تماماً على كل من مجاليها

x	$-\infty$		0		$+\infty$
5 x		$+$	‖	$+$	
5 $f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

5+5 رسم المقاربين

5 رسم القطع



120 المجموع