أولاً:

$f(x) = ax^2 + bx$

5 C يمر من $N(2,0)$ أي $f(2)=0$

$0 = 4a + 2b$

$\boxed{b = -2a}$ (1)

5 ميل المماس عند N هو $m = f'(2)$

10 لكن $f'(x) = 2ax + b$

5 $f'(2) = 4a + b$

لكن ميل المماس هو ميل المستقيم المرسوم المار من النقطتين $M(0,-4)$ ، $N(2,0)$

10 $m = \frac{-4-0}{0-2} = 2$

5 فيكون $f'(2) = 2 \Leftarrow$

5 $\boxed{4a + b = 2}$ (2)

نعوض (1) في (2) فنجد

5 $4a + (-2a) = 2 \Rightarrow \boxed{a = 1}$

5 $\boxed{b = -2}$

المجموع 50

ثانياً:

التمرين الأول

15 $\ast \int \tan^2 x \, dx = \int (1 + \tan^2 x - 1) dx$

15 $= \tan x - x + c$

10 $\ast \int \frac{\sin^3 x}{\cos^5 x} dx = \int \frac{\sin^3 x}{\cos^3 x} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} dx$

10 $= \int \tan^3 x \cdot (\tan x)' dx$

10 $= \frac{\tan^4 x}{4} + c.$

المجموع 50

التمرين الثاني

5 الذروة $V \in xx' \Leftarrow V(x_0, 0)$

5 الدليل $// xx' \Leftarrow$ المحور التناظري $// yy'$

10 والمعادلة: $(x - x_0)^2 = 4py$

5 الدليل $y = -1 \Leftarrow -1 = 0 - p$

5 $\Leftarrow \boxed{p = 1}$

يمر من $M(2,1) \Leftarrow$

10 $(2 - x_0)^2 = 4 \times 1 \times 1 \Rightarrow$

للمسألة حلان

5×2 $x_0 = 4$ أو $x_0 = 0$

5 القطع الأول $(x)^2 = 4y$

5 القطع الثاني $(x-4)^2 = 4y$

60

التمرين الثالث $f(x) = \frac{b + a\ln(x)}{\ln(x)}$

10 $f'(x) = \frac{\frac{a}{x}\ln x - \frac{1}{x}(b + a\ln x)}{\ln^2 x}$

5 $f'(x) = \frac{-b}{x \cdot \ln^2 x}$

5 C يمر من $A(e,-1) \Leftarrow f(e) = -1$

5+5 $-1 = \frac{b + a\ln e}{\ln e} \Rightarrow -1 = \frac{b+a}{1}$

5 $\boxed{b + a = -1}$ (1)

5 ميل المماس عند A: $m = \frac{2}{e}$

5 وهو $m = f'(e)$

5+5 $\frac{2}{e} = \frac{-b}{e\ln^2 e} \Rightarrow \boxed{b = -2}$

5 بالتعويض في (1) $\Leftarrow \boxed{a = 1}$

60

ثالثاً

السؤال الأول

4 * $Z=\frac{3-i}{2+i}=\frac{(3-i)\cdot(2-i)}{(2+i)(2-i)}$

4 $=\frac{6-3i-2i-1}{4+1}=\frac{5-5i}{5}$

4 $\boxed{Z=1-i}$

4 * $Z^{9}=(1-i)^{8}\cdot(1-i)$

4 $=\left[(1-i)^{2}\right]^{4}\cdot(1-i)$

4 $=\left[1-2i-1\right]^{4}\cdot(1-i)$

4 $=(-2i)^{4}(1-i)$

4 $=16(1-i)=16-16i$

*

نفرض $w=x+yi$ جذراً تربيعياً لـ Z

4 فيكون $w^2=z$ ويكون $|w|^2=|z|$

وبالتالي $x^2-y^2=1$ ①

4 $2xy=-1$ ②

$x^2+y^2=\sqrt{2}$ ③

من ① و ③ بالجمع $2x^2=\sqrt{2}+1$

4 $x^2=\frac{\sqrt{2}+1}{2}\Rightarrow\left(x=\sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}}\right.$ و $\left.x=-\sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}}\right)$

بطرح ① من ③ نجد $2y^2=\sqrt{2}-1$

4 $y^2=\frac{\sqrt{2}-1}{2}\Rightarrow\left(y=\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}}\ ,\ y=-\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}}\right)$

من ② نلاحظ أن $x\cdot y=-\frac{1}{2}<0$

4 أي أن x و y من إشارتين مختلفتين

فيكون

4 $w_1=\sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}}-\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}}\,i$

4 $w_2=-w_1=-\sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}}+\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}}\,i$

60

السؤال الثاني :

$f(x)=x+\sqrt{x^3}\ :\ x\in[0,+\infty[$

* باشتقاق الطرفين بالنسبة لـ t نجد

5 $\frac{dy}{dt}=\frac{dy}{dx}\cdot\frac{dx}{dt}$

5 $\frac{dy}{dt}=\left(1+\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}\right)\frac{dx}{dt}$

5 بالفرض $x=1$ ، $\frac{dx}{dt}=-\frac{1}{3}$

بالتعويض :

5 $\frac{dy}{dt}=\left(1+\frac{3}{2}(1)\right)\left(-\frac{1}{3}\right)$

5 $=\frac{5}{2}\times-\frac{1}{3}=-\frac{5}{6}\ cm.s^{-1}$

*

5 $f'(x)=1+\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}=m(x)$

5 $m'(x)=\frac{3}{4}x^{-\frac{1}{2}}=\frac{3}{4\sqrt{x}}$

5 لدينا $m(a+h)\simeq m(a)+m'(a).h$

حيث $3.99=4+(-0.01)$

5 $a=4\ ,\ h=-0.01$

5 $m(3.99)=m(4)+m'(4)(-0.01)$

5 $=\left(1+\frac{3}{2}(2)\right)+\frac{3}{4(2)}(-0{,}01)$

5 $=4-\frac{3}{800}=\frac{3197}{800}$

60

السؤال الثالث

$E:\ 4x^2+y^2+4y-12=0$

5 $4x^2+y^2+4y+4-16=0$

$4x^2+(y+2)^2=16$

5 $\boxed{\frac{x^2}{4}+\frac{(y+2)^2}{16}=1}$

4+4 مركز القطع $O'(0,-2)$ ، المحور المحرقي $//\, yy'$

4×3 $a=2\ ,\ b=4\ ,\ c=\sqrt{16-4}=2\sqrt{3}$

4 $F(x_0\,,\,y_0+c)=(0\,,\,-2+2\sqrt{3})$

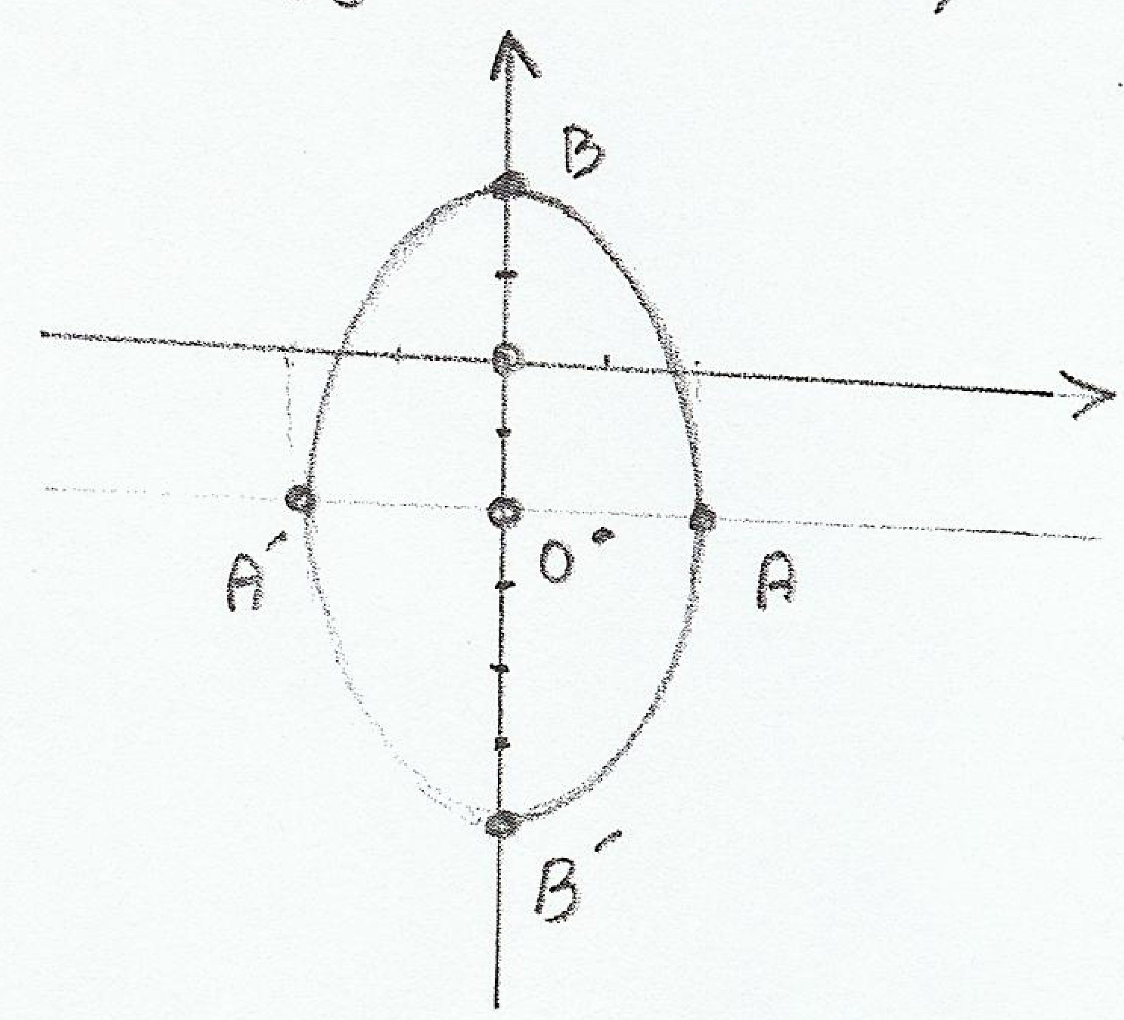
4 $F'(x_0\,,\,y_0-c)=(0\,,\,-2-2\sqrt{3})$

4 $A(x_0+a\,,\,y_0)=(2\,,\,-2)$

4 $A'(x_0-a\,,\,y_0)=(-2\,,\,-2)$

4 $B(x_0\,,\,y_0+b)=(0\,,\,2)$

4 $B'(x_0\,,\,y_0-b)=(0\,,\,-6)$



الرسم 6

50

* $M(\sqrt{3},0)$ نقطة من القطع $\frac{x^2}{4}+\frac{(y+2)^2}{16}=1$

لأنها تحقق معادلته:

5 $l_1=\frac{3}{4}+\frac{4}{16}=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=1=l_2$

ميل المماس (من الاشتقاق بالنسبة لـ x)

أو من العلاقة.

5 $m=-\frac{b^2}{a^2}\cdot\frac{x_M-x_0}{y_M-y_0}$

5 $=-\frac{16}{4}\cdot\frac{\sqrt{3}-0}{0+2}=-2\sqrt{3}$

معادلة المماس: $y-0=-2\sqrt{3}(x-\sqrt{3})$

5 $\boxed{y=-2\sqrt{3}\,x+6}$

5 المماس الآخر له نفس الميل $(-2\sqrt{3})$

5 نقطة التماس الجديدة هي نظيرة M بالنسبة لمركز القطع.

$\frac{x'+x}{2}=x_0 \Rightarrow \frac{x'+\sqrt{3}}{2}=0 \Rightarrow x'=-\sqrt{3}$

5 $\frac{y'+y}{2}=y_0 \Rightarrow \frac{y'+0}{2}=-2 \Rightarrow y'=-4$

نقطة التماس الجديدة هي $(-\sqrt{3}\,,\,-4)$

معادلة المماس

5 $y+4=-2\sqrt{3}(x+\sqrt{3})$

$\boxed{y=-2\sqrt{3}\,x-10}$

40

المجموع 50

السؤال الرابع

* $f(x)=\frac{x}{e^x}=x\cdot e^{-x}$

10 $f'(x)=e^{-x}-xe^{-x}$

نقطة التقاطع مع yy':

5 $x=0 \Rightarrow y=f(0)=0 : (0,0)$

5 ميل المماس: $m=f'(0)=1-0=1$

5 معادلة المماس $y=x$

5+5 $I=\int x e^{-x}dx$: $u=x \Rightarrow u'=1$

10 $v'=e^{-x} \Rightarrow v=-e^{-x}$

$I=-xe^{-x}-\int 1(-e^{-x})\,dx$

10 $\boxed{F(x)=-xe^{-x}-e^{-x}+c}$

$F(0)=1 \Rightarrow 1=0-1+c \Rightarrow c=2$

5 $F(x)=-xe^{-x}-e^{-x}+2$

المجموع 60

رابعاً: المسألة

ح الكرة حمراء، ف الكرة صفراء،

س الكرة خضراء

$a \leftarrow$ ح ، $3 \leftarrow$ ف ، $2 \leftarrow$ س

من الجدول عليها نستنتج قيم X

	ح	ف	س
حمراء ح	$2a$	$a+3$	$a+2$
صفراء ف	$a+3$	6	5
خضراء س	$a+2$	5	4

مجموعة قيم المتغير العشوائي

6x4 $X(\Omega)=\{2a, a+2, a+3, 4, 5, 6\}$

5 $f(2a)=P\{$ح ، ح$\}$

$=\frac{C(5,2)}{C(16,2)}=\frac{10}{120}$

5 $f(a+2)=P(\{$ح ، س$\})$

$=\frac{5\times 3}{120}=\frac{15}{120}$

5 $f(a+3)=P(\{$ح ، ف$\})$

$=\frac{5\times 8}{120}=\frac{40}{120}$

5 $f(4)=P(\{$س ، س$\})=\frac{C(3,2)}{120}=\frac{3}{120}$

5 $f(5)=P(\{$س ، ف$\})=\frac{3\times 8}{120}=\frac{24}{120}$

5 $f(6)=P(\{$ف ، ف$\})=\frac{C(8,2)}{120}=\frac{28}{120}$

x_i	$2a$	$a+2$	$a+3$	4	5	6
$f(x_i)$	$\frac{10}{120}$	$\frac{15}{120}$	$\frac{40}{120}$	$\frac{3}{120}$	$\frac{24}{120}$	$\frac{28}{120}$

10 $E(X)=\sum_{i=1}^{i=6} x_i \cdot f(x_i)$

6 $=\frac{20a+15a+30+40a+120+12+120+168}{120}$

5 $=\frac{75a+450}{120}$

5 عندما $E(X)=0$ يكون

$75a+450=0$

10 $a=-\frac{450}{75}=-6$

90 المجموع

ملاحظة: يمكن حساب الاحتمالات بطريقة مبدأ استخدام الكسور كما يلي:

5 $f(2a)=P\{($ح ، ح$)\}=\frac{5}{16}\cdot\frac{4}{15}=\frac{10}{120}$

5 $f(a+2)=P\{($ح ، س$)\}\times 2=\frac{5}{16}\times\frac{3}{15}\times 2=\frac{15}{120}$

5 $f(a+3)=P(\{($ح ، ف$)\})\times 2=\frac{5}{16}\times\frac{8}{15}\times 2=\frac{40}{120}$

5 $f(4)=P(\{($س ، س$)\})=\frac{3}{16}\times\frac{2}{15}=\frac{3}{120}$

5 $f(5)=P(\{($س ، ف$)\})\times 2=\frac{3}{16}\times\frac{8}{15}\times 2=\frac{24}{120}$

5 $f(6)=P(\{($ف ، ف$)\})=\frac{8}{16}\times\frac{7}{15}=\frac{28}{120}$

الجدول والتوقع تم حساب a كما سبق.