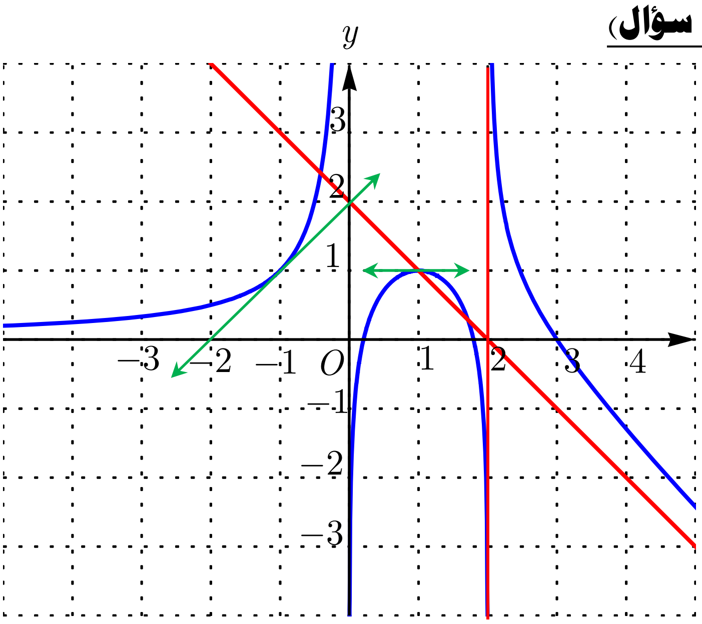
مدارس الأوائل النموذجية الخاصة للبنات

الامتحان النصفي في مادة الرياضيات — الاسم :.........

للصف الثالث الثانوي العلمي (2018-2019) — (نموذج A) — الدرجة: 600

أولاً : أجيبي عن الأسئلة الأربعة الآتية: (50 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول : ليكن f التابع الاشتقاقي على $\mathbb{R}\setminus\{0,2\}$ خطّه البياني C المرسوم في الشكل المجاور:

معادلة مقاربه المائل هي $y=-x+2$

❶ ما نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه. ثمّ استنتجي معادلة كل مستقيم مقارب أفقي أوشاقولي لخطّه البياني.

❷ احسبي $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$.

❸ احسبي $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)+x-2)$.

❹ احسبي $\lim\limits_{x\to-1}(\dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1})$.

❺ لنعرّف التابع g بالعلاقة : $g(x)=f(2x)$. احسبي $g'(-\dfrac{1}{2})$.

السؤال الثاني : في معلمٍ متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقاط $A(1,0,-2)$ و $B(3,3,1)$ و $C(7,\dfrac{5}{2},\dfrac{5}{2})$ و $D(1,\dfrac{13}{2},\dfrac{5}{2})$

❶ أثبتي أنّ المستقيمين (AB) و (DC) متعامدان .

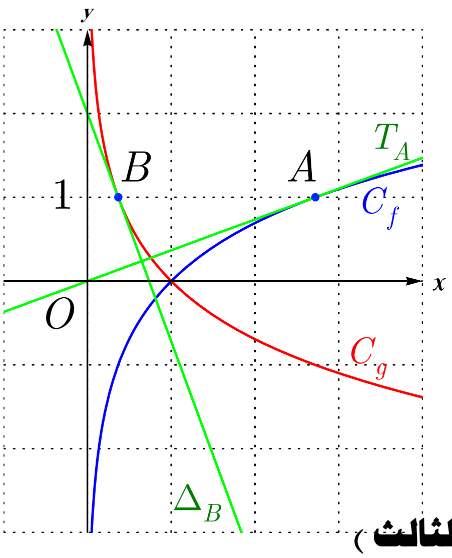
❷ هل النقطة C هي المسقط القائم للنقطة D على المستقيم (AB) ؟ عللي إجابتك .

السؤال الثالث : يرمز $E(x)$ إلى الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x .

ليكن f التابع المعرّف على $[0,3[$ وفق العلاقة : $f(x)=x\cdot E(x)-\dfrac{1}{2}E(x)(1+E(x))$

❶ اكتبي $f(x)$ بعبارة مستقلة عن $E(x)$ **(** لا تحوي $E(x)$ **)** .

❷ بيّني ما إذا كان f مستمراً على المجال $[0,3[$ أم لا ؟ .



السؤال الرابع : ليكن C_f و C_g الخطين البيانيين للتابعين $f(x)=\ln x$ و $g(x)=\ln\dfrac{1}{x}$

ولتكن النقطة A من C_f و B من C_g حيث ترتيب كل منهما يساوي 1 .

❶ احسبي إحداثيات كلٍ من A و B .

❷ اكتبي معادلةً للمماس T_A للخط C_f في النقطة A .

ثمّ أثبتي أنّ المماس Δ_B للخط C_g في النقطة B يعامد T_A .

ثانياً : حلي التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة للأول و60 للثاني و 90 للثالث)

التمرين الأول : ليكن $\alpha=e^{i\frac{2\pi}{7}}$. نضع $A=\alpha+\alpha^6$ و $B=\alpha^2+\alpha^5$ و $C=\alpha^3+\alpha^4$

❶ أثبتي أنّ $1+\alpha+\alpha^2+\alpha^3+\alpha^4+\alpha^5+\alpha^6=0$.

❷ عبّري عن A بدلالة $\cos\dfrac{2\pi}{7}$ ، وعبّري عن B بدلالة $\cos\dfrac{4\pi}{7}$ ، و عبّري عن C بدلالة $\cos\dfrac{6\pi}{7}$.

❸ استنتجي قيمة العدد $\cos\dfrac{2\pi}{7}+\cos\dfrac{4\pi}{7}+\cos\dfrac{6\pi}{7}$.

يوجد صفحة ثانية يرجى قلب الصفحة

التمرين الثاني : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $I=[0,+\infty[$

وفق العلاقة : $f(x)=\frac{1}{x+1}-\sqrt{x}$

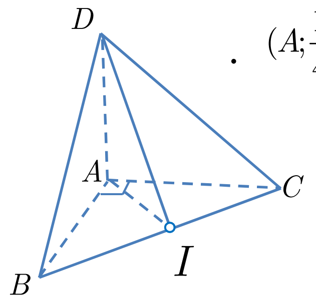
❶ ادرسي تغيرات التابع f ونظّمي جدولاً بها .

❷ أثبتي أنّ للمعادلة $f(x)=0$ حلاً وحيداً α يقع في المجال $]0,1[$.

التمرين الثالث : $ABCD$ رباعي وجوه فيه ABC مثلث قائم في A و متساوي الساقين حيث $AB=AC=4$

و $(AD)\perp(ABC)$ و $AD=6$ والنقطة I منتصف $[BC]$ و النقطة G مركز ثقل المثلث ADI

و M تحقّق العلاقة: $\overrightarrow{BM}=-3\overrightarrow{AC}$. ولنختر معلماً متجانساً $(A;\frac{1}{4}\overrightarrow{AB},\frac{1}{4}\overrightarrow{AC},\frac{1}{6}\overrightarrow{AD})$.



❶ أوجدي إحداثيات كلٍّ من النقاط D و B و C و I و G و M.

❷ احسبي $\overrightarrow{DI}\cdot\overrightarrow{BC}$ ماذا تستنتجين ؟ ثمّ احسبي مساحة المثلّث DBC .

❸ بفرض $\overrightarrow{AM}=\alpha\overrightarrow{DG}+\beta\overrightarrow{DC}$ حيث α و β عددان حقيقيان . احسبي α و β .

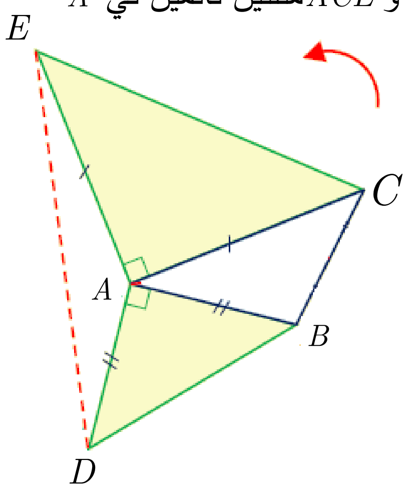
ثمّ استنتجي أنّ المستقيم (AM) يوازي المستوي (DGC) .

ثالثاً: حلي كلاً من المسألتين الآتيتين : (90 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : نتأمّل في المستوي ABC مثلثاً مباشر التوجيه كيفياً ، وليكن ADB و ACE مثلثين قائمين في A

ومتساويي الساقين مباشرين . نختار معلماً مباشراً مبدؤه A

ونرمز بالرمزين b و c إلى العددين العقديين اللذين يمثّلان النقطتين B و C.



❶ احسبي بدلالة b و c العددين العقديين e و d الممثّلين للنقطتين E و D.

❷ احسبي $\frac{d-c}{b-e}$ ثمّ استنتجي أنّ $(EB)\perp(CD)$ و $EB=CD$.

❸ أثبتي أنّه حتى يكون الرباعي $CBDE$ مربعاً يجب أن تتحقق المساواة : $c=ib$

واستنتجي عندئذٍ نوع المثلّث ABC.

المسألة الثانية :

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $]0,+\infty[$ وفق : $f(x)=x-1-\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

❶ احسبي $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to0}f(x)$. واكتبي معادلة مستقيمه المقارب الشاقولي .

❷ أثبتي أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y=x-1$ مقارب للخط C_f . ثمّ ادرس وضع C_f بالنسبة إلى Δ .

❸ أثبتي أنّ $f'(x)=\frac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$ حيث $g(x)=2(x\sqrt{x}-1)+\ln x$ أوجدي $g(1)$. ثمّ تحقّق أنّ

$g(x)<0$ عندما $0<x<1$ وأنّ $g(x)>0$ عندما $x>1$. ثمّ ادرسي تغيّرات f ونظّمي جدولاً بها .

❹ ارسمي في معلمٍ متجانس Δ ثمّ C_f .

.... انتهت الأسئلة..