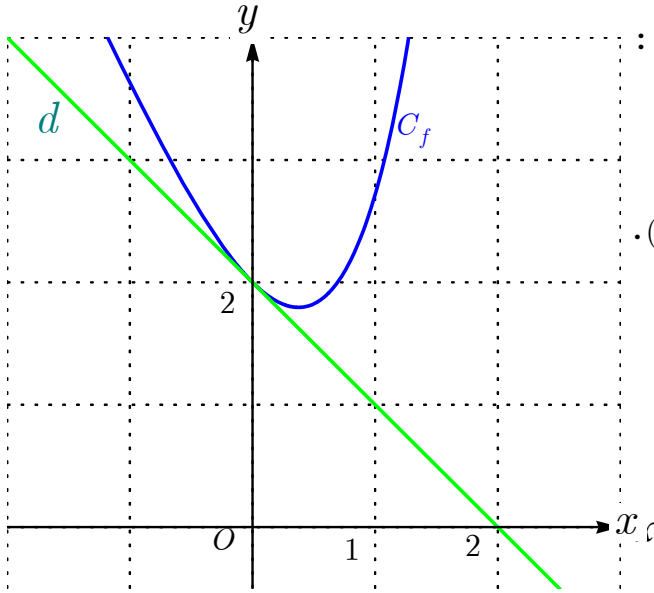


أولاً: أجبني عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: ليكن f التابع المعرف على \mathbb{R} وفق العلاقة:

$$f(x) = ax + b + x \cdot e^x \quad \text{خطه البياني } C_f$$

① عيني العددين الحقيقيين a و b إذا علمت أن المماس d للخط C_f في النقطة $(0, 2)$ يقطع المحور x في النقطة $(2, 0)$.

② بفرض $a = -2$ و $b = 2$ نحصل على التابع:

$$f(x) = -2x + 2 + x \cdot e^x \quad \text{خطه البياني } C_f$$

يقبل مقارب مائل وليكن Δ يطلب إيجاد معادلته .
وادرسي الوضع النسبي للخط C_f بالنسبة إلى Δ .

السؤال الثاني:

إذا كان عدد المصافحات بين n شخصاً هو 66 حيث كل شخص منهم يصافح الأشخاص الآخرين مرة واحدة فقط . احسبي n .

السؤال الثالث: لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق العلاقة التدرجية:

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2 - u_n} \end{cases}$$

① أثبتني بالتدرج أنه أي كان العدد الطبيعي n كان $u_n = \frac{n}{n+1}$.

② لنعرّف المتتالية $(w_n)_{n \geq 1}$ وفق العلاقة: $w_n = \ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$. وليكن $S_n = w_1 + w_2 + \dots + w_n$. اكتبني S_n بدلالة n .

السؤال الرابع: نتأمل في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، المستويان P و Q اللذان معادلتهما:

$$P: x + y + z = 0 \quad \text{و} \quad Q: x + y - 2z - 1 = 0 \quad \text{، والنقطة } A(2, 1, 2)$$

① أثبتني أن المستويين P و Q متعامدان .

② احسبي بعد النقطة A عن كلٍ من المستويين P و Q ثم استنتجي بعد النقطة A عن فصلهما المشترك d .

ثانياً: حلّي التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل سؤال)

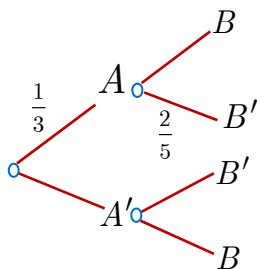
التمرين الأول:

في تجربة عشوائية لدينا الحدثان A و B يحققان:

$$\mathbb{P}(A) = \frac{1}{3} \quad \text{و} \quad \mathbb{P}(B' | A) = \frac{2}{5} \quad \text{و} \quad \mathbb{P}(A' \cap B) = \frac{2}{7}$$

عيني الاحتمالات $\mathbb{P}(A')$ و $\mathbb{P}(A \cap B)$ و $\mathbb{P}(B | A)$ و $\mathbb{P}(A \cap B')$

و $\mathbb{P}(B | A')$ و $\mathbb{P}(A' \cap B')$ و $\mathbb{P}(B)$ و $\mathbb{P}(A | B)$ و $\mathbb{P}(A \cup B)$.



التمرين الثاني : بالاستفادة من تعريف العدد المشتق : احسبي $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{e^x + 1} - \sqrt{2}}{x}$

التمرين الثالث : المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق العلاقة التدرجية :
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 2 \end{cases}$$

① لنعرف المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ وفق العلاقة $v_n = u_n + 3$ أثبتني أن $(v_n)_{n \geq 0}$ هندسية عيني أساسها وحدها الأول .

اكتبي عبارة v_n بدلالة n ثم استنتجي عبارة u_n بدلالة n . واحسبي $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

② نضع $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ و $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

احسبي كلاً من S'_n و S_n بدلالة n ثم استنتجي نهاية كلٍ من المتتاليتين $(S'_n)_{n \geq 0}$ و $(S_n)_{n \geq 0}$

التمرين الرابع : اكتبني $\sin^4 x$ على شكل مجموع نسب مثلثية لمضاعفات الزاوية x (باستخدام دستوري أويلر).

ثم استنتجي تابعاً أصلياً للتابع $f(x) = \sin^4 x$ على \mathbb{R}

ثالثاً: حلّي كلاً من المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى :

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن النقاط $A(1,2,3)$ و $B(0,1,4)$ و $C(-1,-3,2)$ و $D(4,-2,5)$

① a . أثبتني أن النقاط A و B و C لا تقع على استقامة واحدة .

b . أثبتني أن $\vec{n}(2,-1,1)$ ناظم على المستوي (ABC)

c . اكتبني معادلة للمستوي (ABC)

② ليكن المستقيم Δ المعرف كما يأتي: $t \in \mathbb{R} : \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = 4 - t \end{cases}$ أثبتني أن النقطة D تنتمي إلى المستقيم Δ

وأثبتني أن المستقيم Δ يعامد المستوي (ABC)

③ أوجدني إحداثيات النقطة E المسقط القائم للنقطة D على المستوي (ABC)

ثم تحققي أن النقطة E هي مركز ثقل المثلث ABC

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على \mathbb{R} وفق $f(x) = \frac{2}{e^x + 1}$

① أوجدني نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه . ثم استنتجي معادلة كل مستقيم مقارب أفقي لخطّه البياني C

② ادرسي تغيرات التابع f ونظمي جدولاً بها وارسمي C

③ استنتجي رسم الخط البياني C_g للتابع g المعرفة على \mathbb{R} وفق العلاقة : $g(x) = \frac{2}{1 + e^{-x}}$ انطلاقاً من الخط البياني C

④ لنعرف المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ وفق العلاقة : $u_n = f(n)$ ادرسي اطراد هذه المتتالية .

.....انتهت الأسئلة.....