

أولاً: أجبني عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

ليكن f التابع المعرّف على \mathbb{R} وفق العلاقة:

$$f(x) = (ax + b) \cdot e^x . \text{ خطّه البياني } C_f \text{ المرسوم جانباً:}$$

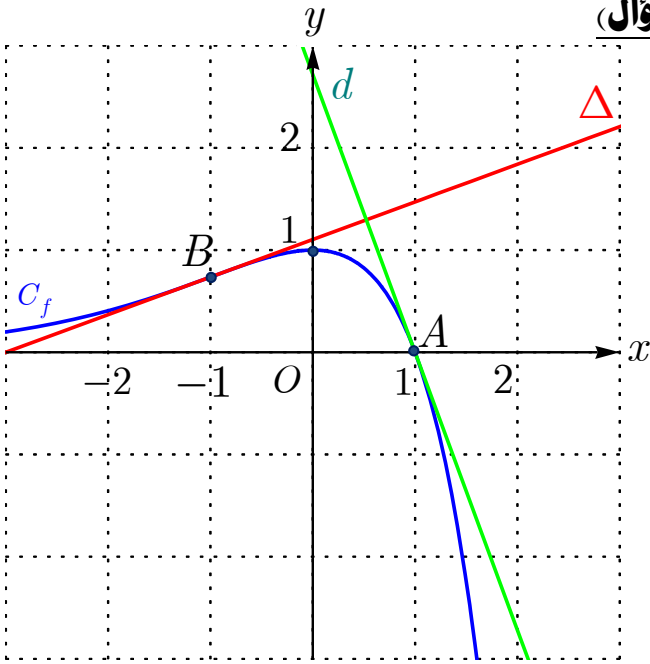
① بالاستفادة من الشكل عيني العددين الحقيقيين a و b

② بفرض $a = -1$ و $b = 1$

نحصل على التابع: $f(x) = (-x + 1) \cdot e^x$

أثبتي أنّ مماسي الخط C_f في النقطتين A و B

اللتين فاصلتاها 1 و -1 على الترتيب متعامدان .



السؤال الثاني:

ما الحد الذي يحوي x^7 في منشور $(x - \frac{1}{x^2})^{10}$ ؟

وهل يوجد حد ثابت (الذي لا يتعلّق بالمتحوّل x) في المنشور السابق ؟

السؤال الثالث: أثبتّي بالتدرّج صحة الخاصة الآتية: « $4^n - 1 - 3n$ مضاعف للعدد 9 » أيّاً كان العدد الطبيعي n .

السؤال الرابع: المستقيمان L و L' معرّفان وسيطياً وفق

$$L': \begin{cases} x = 4 - 5s \\ y = 3 - 2s \\ z = -1 + 2s \end{cases} \quad : s \in \mathbb{R} \quad \text{و} \quad L: \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 - t \\ z = 1 - 2t \end{cases} \quad : t \in \mathbb{R}$$

① أثبتّي أنّ L و L' متقاطعان في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها .

② أوجدي معادلة المستوي المحدد بالمستقيمين L و L' .

ثانياً: حلّي التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول: أمام طالب سؤالين . احتمال أن يجيب عن السؤال الأول بصورة صحيحة $\frac{2}{5}$

وإذا أجاب عن السؤال الأول بصورة صحيحة فإنّ احتمال أن يجيب عن السؤال الثاني بصورة صحيحة يساوي $\frac{1}{3}$.

و إذا أجاب عن السؤال الأول بصورة خاطئة فإنّ احتمال أن يجيب عن السؤال الثاني بصورة خاطئة يساوي $\frac{1}{4}$.

نفترض A حدث « الإجابة عن السؤال الأول بصورة صحيحة » و B حدث « الإجابة عن السؤال الثاني بصورة صحيحة »

① احسبي $P(B)$. ② احسبي $P(A|B)$. ③ احسبي $P(A \cup B)$.

التمرين الثاني : لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدرجية : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{9}{6 - u_n}$

① أثبتني بالتدرج أن $0 < u_n < 3$ أيأ تكن $n \in \mathbb{N}$.

② تحققي أن $u_{n+1} - u_n = \frac{(3 - u_n)^2}{6 - u_n}$ ثم استنتجي أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ متزايدة تماماً .

③ لنعرف المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ وفق العلاقة : $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$ أثبتني أن $(v_n)_{n \geq 0}$ حسابية عيني أساسها وحدها الأول

ثم عبّري عن v_n بدلالة n ثم استنتجي عبارة u_n بدلالة n واحسبي $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الثالث : صندوق يحوي 10 كرات . فيه 7 كرات بيضاء مرقمة من 1 إلى 7

و 3 كرات سوداء مرقمة من 1 إلى 3 . نسحب عشوائياً من الصندوق كرتين في آن معاً .

① إذا علمت أن الكرتين المسحوبتين من لونين مختلفين . ما احتمال أن يكون مجموع رقميهما فردياً ؟

② ما احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان من لونين مختلفين أو أن يكون مجموع رقميهما فردياً ؟

التمرين الرابع : ليكن f تابعاً معرفاً على \mathbb{R} وفق العلاقة : $f(x) = e^{1 - \cos x}$

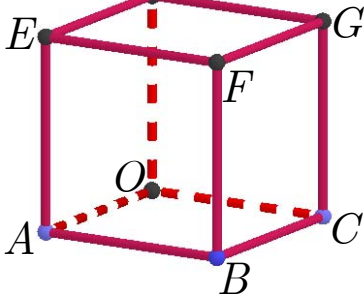
احسبي $f'(x)$ و $f(0)$ و $f'(0)$ ثم استنتجي $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{1 - \cos x} - 1}{x}$.

واحسبي قيمة تقريبية لـ $f(0.01)$ باستخدام التقريب التآلفي المحلي .

ثالثاً: حلّي كلّاً من المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : $OABCDEFG$ مكعب طول ضلعه يساوي 1. ولتكن النقطتان P و Q تحققتان :

$\overline{OP} = 2\overline{OA}$ و $\overline{OQ} = 4\overline{OC}$ ، ولتكن النقطة R مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(B, -1)$ و $(F, 2)$



ولنختار معلماً متجانساً $(O; \overline{OA}, \overline{OC}, \overline{OD})$.

① a . أثبتني أن إحداثيات النقطة R هي $(1, 1, 2)$.

b . أثبتني أن النقاط P و Q و R لا تقع على استقامة واحدة .

c . احسبي $\overline{RP} \cdot \overline{RQ}$ ثم استنتجي نوع المثلث PQR ؟

② أثبتني أن معادلة المستوي (PQR) هي : $4x + 2y + z - 8 = 0$ ثم تحققي أن النقطة D لا تنتمي إلى المستوي (PQR) .

③ لتكن النقطة H المسقط القائم للنقطة D على المستوي (PQR) . أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (DH) .

ثم عيني إحداثيات النقطة H وأثبتني أنها تنتمي إلى المستقيم (PR) .

المسألة الثانية :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على المجال \mathbb{R} وفق $f(x) = e^x - x - 1$.

① أوجدي نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه .

② أثبتني أن الخط C يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً d يطلب إيجاد معادلته .

③ ادرسي تغيرات التابع f . ونظمي جدولاً بها . ثم دلّي على قيمته الحدية محلياً مبيّنة نوعها . ثم ارسمي d و C .

④ عيني تابعاً أصلياً للتابع f على \mathbb{R} .

.....انتهت الأسئلة.....