

أولاً : أجبني عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : f تابع معرف على $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ خطه البياني C_f ، جدول تغيراته هو الآتي :

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$	1	↗	2	↘
			$-\infty$	$-\infty$
				↗
				1

① بيتني أن للمعادلة $f(x)=0$ حلين مختلفين على $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

② أوجد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه

واستنتج معادلة كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي .

③ هل يوجد للخط C مقارب مائل ؟ علي إجابتك .

السؤال الثاني : حلّي في \mathbb{C} المعادلة $z^2 = 5 - 12i$.

السؤال الثالث : في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، لتكن النقطتان $A(4, 3, -2)$ و $B(2, -1, 2)$.

① أوجد نقطة من محور الترتيب متساوية البعد عن النقطتين A و B .

② اكتب معادلة للكرة التي قطرها $[AB]$.

السؤال الرابع : حل المعادلة الآتية : $\ln \sqrt{2x-3} = \ln(6-x) - \frac{1}{2} \ln x$

ثانياً : حلّ التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول ليكن f التابع المعرف على \mathbb{R}^* وفق $f(x) = \frac{x^2 + x + 2 \sin 2x}{x}$

① احسبي $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

② ابحثي عن مستقيم مقارب مائل Δ للخط البياني للتابع f في جوار $+\infty$.

التمرين الثاني :

ليكن العددان العقدان: $z_1 = -2(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$ و $z_2 = -1 + i$

① اكتب $z_1 \cdot z_2$ و z_1 بالشكل الجبري.

② اكتب z_1 و z_2 و $z_1 \cdot z_2$ بالشكل الأسّي.

③ استنتج $\cos \frac{\pi}{12}$ و $\sin \frac{\pi}{12}$

التمرين الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على \mathbb{R} وفق : $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$

① احسبي $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

② اكتب ثلاثي الحدود $x^2 - 2x + 5$ بالصيغة القانونية (متمة إلى مربع كامل) .

③ استنتج وجود مقارب مائل للخط البياني C للتابع f في جوار $+\infty$ اكتب معادلته . وادرس وضع C بالنسبة إليه .

التمرين الرابع :

نتأمل كثير الحدود $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$

- ① احسب $P(-1)$.
- ② عيّن العددين الحقيقيين a و b إذا علمت أنّ $P(z) = (z+1)(z^2 + az + b)$.
- ③ حلّي في \mathbb{C} المعادلة $P(z) = 0$.

ثالثاً: حلّي كلاً من المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى :

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، لدينا النقاط :

$A(7, -3, 0)$ و $B(0, 4, 7)$ و $C(0, 0, 5)$ و $D(5, 5, 0)$ و $G(\frac{3}{2}, 3, 5)$

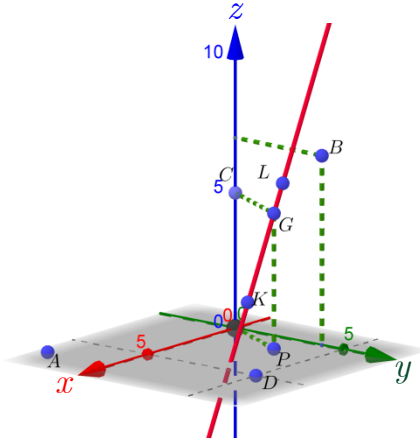
① عيّن إحداثيات كلِّ من النقطتين L و K اللتين تحققان :

$$\vec{BA} = 7\vec{BL} \text{ و } \vec{CK} = 0.6\vec{CD}$$

ثمّ أثبت أنّ النقاط L و G و K تقع على استقامة واحدة .

② هل الأشعة \vec{AD} و \vec{AC} و \vec{AG} مرتبطة خطياً ؟ عللي إجابتك .

ثمّ استنتجي فيما إذا كانت النقاط A و D و C و G تقع في مستوى واحد أم لا .



المسألة الثانية :

ليكن f تابعاً معرفاً على $D_f =]-\infty, -2[\cup]2, +\infty[$ وفق $f(x) = \ln\left(\frac{x-2}{x+2}\right)$ خطّه البياني C_f .

- ① أثبت أنّ التابع f فردي ، واستنتجي الصفة التناظرية لخطه البياني .
- ② احسبي نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واستنتجي كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي للخط C_f .
- ③ أثبت أنّ f متزايداً تماماً على كلِّ من مجالي D_f .
- ④ ارسمي C_f .

.....انتهت الأسئلة.....