

**أولاً : أجبني عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)**

**السؤال الأول :** ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  ، جدول تغيراته هو الآتي :

$x$	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	0	5	3

① ما نهاية التابع  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفه .

ثم أوجد معادلة مستقيميه المقارب الأفقي لخطه البياني .

② ما حلول المعادلة  $f(x) = 0$  ؟

③ ما مجموعة تعريف التابع  $g : x \mapsto \ln(f(x))$  ؟

④ احسبي  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$  .

**السؤال الثاني :**

لتكن المعادلة  $(E) \quad z^2 - 6z + 12 = 0$

① حلّي المعادلة  $(E)$  . واكتبي الحلول بالشكل الأسّي .

② بفرض أنّ حلّي المعادلة  $(E)$  هما :  $z_1$  و  $z_2$  . احسبي  $\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$  .

**السؤال الثالث :** لدينا النقاط :  $A(3,2,1)$  و  $B(1,2,0)$  و  $C(3,1,-2)$

① أثبتني أنّ النقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  لا تقع على استقامة واحدة .

② عيّني قيمة العدد الحقيقي  $m$  حتى تنتمي النقطة  $M(m,1,3)$  إلى المستوي  $(ABC)$  .

**السؤال الرابع :**

حل المترابحة الآتية :  $\ln(x+2) + \ln(2-x) \leq \ln(-3x)$  .

**ثانياً : حلّي التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل سؤال )**

**التمرين الأول :** ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق :  $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$

① احسبي  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

② أثبتني وجود عدد حقيقي  $a$  يحقّق  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = a$  وأنّ نهاية  $f(x) - ax$  عند  $+\infty$  عدد حقيقي  $b$  .

③ استنتجي وجود مقارب مائل  $\Delta$  للخط البياني  $C$  للتابع  $f$  في جوار  $+\infty$  .

**التمرين الثاني :**

① اكتب بالشكل المثلثي العدد العقدي  $\sqrt{3} + i$  واستنتجي الشكل المثلثي للعدد  $\sqrt{3} - i$

ثم احسبي العدد  $z = (\sqrt{3} + i)^7 - (\sqrt{3} - i)^7$

② احسبي طويولة العدد  $Z = \frac{(1 - 2\sqrt{3}i)^8}{(5 + 12i)^3}$



### التمرين الثالث :

ليكن  $f$  التابع المعرف على  $\mathbb{R}^*$  وفق  $f(x) = \frac{\cos 4x - 1}{x^2}$

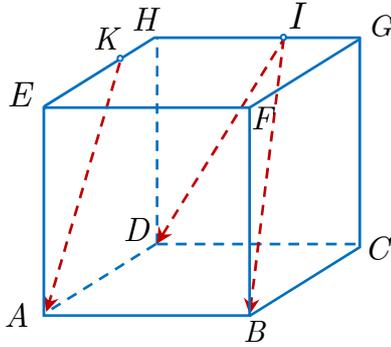
- ① احسبي  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
- ② احسبي  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

التمرين الرابع : لتكن الأعداد العقدية :  $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{6}$  و  $z_2 = 1 + i$  و  $Z = \frac{z_1}{z_2}$

- ① اكتب  $Z$  بالشكل الجبري .
- ② اكتب بالشكل المثلثي كلاً من  $z_1$  و  $z_2$  و  $Z$  و استنتجي  $\cos \frac{\pi}{12}$
- ③ عيني العددين  $p$  و  $q$  إذا علمت أن للمعادلة  $z^2 + pz + q = 0$  حلان هما  $2e^{i\frac{\pi}{12}}$  و  $2e^{-i\frac{\pi}{12}}$

### ثالثاً: حلّي كلاً من المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : مكعب  $ABCDEFGH$



النقطة  $I$  تحقق  $\overline{HI} = \frac{3}{4}\overline{HG}$  والنقطة  $K$  تحقق  $\overline{HK} = \frac{1}{4}\overline{HE}$

ولنختار معلماً متجانساً  $(D; \overline{DA}, \overline{DC}, \overline{DH})$  . والمطلوب :

- ① أعط إحداثيات رؤوس المكعب وإحداثيات النقطتين  $I$  و  $K$  في المعلم المعطى .
- ② أثبت أن الأشعة  $\overline{KA}$  و  $\overline{ID}$  و  $\overline{IB}$  مرتبطة خطياً .
- و استنتجي وضع المستقيم  $(KA)$  بالنسبة إلى المستوي  $(IBD)$  .
- ③ عيني النقطة  $P$  بحيث يكون :  $\overline{CP} = \frac{1}{2}\overline{AE} - \overline{AB} - \frac{1}{2}\overline{AD}$

### المسألة الثانية :

ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على المجال  $I = ]0, +\infty[$  وفق  $f(x) = \frac{x + \ln x}{x}$

- ① احسبي  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  . ما مقاربات الخط  $C$  ؟ وادرسي وضع  $C$  بالنسبة إلى مقاربه الأفقي .
- ② ادرسي تغيرات التابع  $f$  على  $I = ]0, +\infty[$  . ونظمي جدولاً بها .
- ③ أثبت أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حلاً وحيداً  $\alpha$  في  $I$  ثم أثبت أن  $\alpha \in ]0, 1[$  .
- ④ ارسمي ما وجدتيه من مقاربات ثم ارسمي  $C$  .

..... انتهت الأسئلة .....