

أولاً : أجبني عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : □ حل المتراجحة الآتية : $2^{x+1} - 10 \times 2^x + 12 \geq 0$.

□ احسبي قيمة التكامل الآتي : $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$.

السؤال الثاني : عيني قيمة العدد الطبيعي n الذي يحقق : $12 \binom{n+2}{4} = 7P_n^3$.

السؤال الثالث : المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ معرفة وفق $u_n = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \dots - \frac{1}{2^n}$.

أثبتي أن المتتالية متقاربة واحسبي نهايتها .

السؤال الرابع : لتكن المجموعة $S = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

- ① كم عدداً مؤلفاً من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر S ؟
- ② كم عدداً مختلف الأرقام ومؤلف من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر المجموعة S ؟
- ③ كم عدداً زوجياً مختلف الأرقام ومؤلف من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر المجموعة S ؟

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول : المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق العلاقة : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n}{3 + 2u_n} \end{cases}$

- ① أثبتي مستعملة البرهان بالتدرج أن $u_n > 0$ أياً يكن العدد الطبيعي n .
- ② لنعرف المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ بالعلاقة : $v_n = \frac{3}{u_n}$ أثبتي أن المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ متتالية حسابية عيني أساسها .
- واكتبي عبارة v_n بدلالة n ثم استنتجي عبارة u_n بدلالة n .
- ③ استنتجي نهاية المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$.

التمرين الثاني : المستقيمان L و L' معرفان وسيطياً وفق

$$L': \begin{cases} x = 4 - 5s \\ y = 3 - 2s \\ z = -1 + 2s \end{cases} : s \in \mathbb{R} \quad \text{و} \quad L: \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 - t \\ z = 1 - 2t \end{cases} : t \in \mathbb{R}$$

- ① أثبت أن L و L' متقاطعان في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها .
- ② أوجد معادلة المستوي المحدد بالمستقيمين L و L' .

التمرين الثالث : المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق العلاقة:

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 1} \end{cases}$$

- ① أثبت صحة الخاصة الآتية أياً كان العدد الطبيعي n . $E(n) : \ll 2 \geq u_{n+1} \geq u_n \gg$
- ② استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ متقاربة .

التمرين الرابع : يحتوي صندوق U_1 على ثمان كرات (خمس كرات حمراء وثلاث سوداء) ،

يحتوي صندوق U_2 على خمس كرات (كرة واحدة حمراء وأربع سوداء) .

نختار عشوائياً أحد الصندوقين . ونسحب منه كرتين دفعةً واحدة .

① ما احتمال الكرتان المسحوبتان من نفس اللون ؟

② إذا علمت أن الكرتين المسحوبتين من نفس اللون ما احتمال أن تكونا حمراوين ؟

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط: $A(1,0,2)$ و $B(1,1,4)$ و $C(-1,1,1)$

① a . أثبت أن النقاط A و B و C لا تقع على استقامة واحدة .

b . تحققي أن $\vec{n}(3,4,-2)$ ناظماً على المستوي (ABC) .

c . اكتبي معادلةً للمستوي (ABC) .

② ليكن المستويان $\mathcal{P}_1 : 2x + y + 2z + 1 = 0$ و $\mathcal{P}_2 : x - 2y + 6z = 0$

أثبت أن المستويين \mathcal{P}_1 و \mathcal{P}_2 متقاطعان . ثم أثبت أن المستويات (ABC) و \mathcal{P}_1 و \mathcal{P}_2 لا تشترك بأية نقطة.

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على \mathbb{R} وفق $f(x) = (1-x) \cdot e^x$.

① ادرسي تغيرات f ونظمي جدولاً بها ، ودلي على قيمته الكبرى محلياً ، و استنتج معادلة المقارب الأفقي لخطه C .

② أثبت أن مماسي الخط C في النقطتين اللتين فاصلتهما : -1 و 1 متعامدان .

③ ارسمي ما وجدته من مقاريات ثم ارسمي C .

④ أثبت أن التابع $F : x \mapsto e^x(2-x)$ هو تابع أصلي للتابع f على \mathbb{R} .

.....انتهت الأسئلة.....