

**أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)**

**السؤال الأول :** ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}^*$  وفق  $f(x) = x - 2 + \frac{-2 + \cos x}{x}$

أثبتي أن المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = x - 2$  مقارب مائل للخط  $C$  في جوار  $-\infty$  ثم ادرسي وضع  $C$  بالنسبة إلى  $\Delta$ .

**السؤال الثاني :** حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة الآتية :  $z^2 = -5 + 12i$ .

**السؤال الثالث :** في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، لدينا النقاط  $A(1, -1, 0)$  و  $B(1, -1, 4)$  و  $C(1, -1, -3)$

① اكتبي معادلةً للكرة التي قطرها  $[AB]$ .

② بيّتي فيما إذا كانت النقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  تقع على استقامة واحدة أم لا .

**السؤال الرابع :** حلّي المعادلة الآتية :  $\ln(4x - 1) - \ln(x^2 - 1) = 2 \ln 2$ .

**ثانياً : حلّ التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل سؤال)**

**التمرين الأول :** ليكن  $f$  التابع المعرف على  $[0, +\infty[$  وفق :  $f(x) = x^3 + 3\sqrt{x} - 5$

① ادرسي تغيرات  $f$  ونظّمي جدولاً به .

② أثبتي أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حلّ وحيداً  $\alpha$  يحقق  $\alpha \in ]1, 2[$ .

**التمرين الثاني :** ليكن  $f$  التابع المعطى بالعلاقة  $f(x) = \frac{2x + 1}{x - 1}$

① احسبي  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

② أعط عدداً حقيقياً  $A$  يحقق : إذا كان  $x > A$  كان  $f(x) \in ]1.99, 2.01[$

③ احسبي  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$

**التمرين الثالث :**

ليكن  $z$  عدداً عقدياً ما ، وليكن  $w$  عدداً عقدياً طويلته تساوي 1 وهو مختلف عن 1 .

أثبتي أن  $\frac{w\bar{z} - z}{iw - i}$  تخيلي بحت .



## التمرين الرابع :

ليكن العددان العقديان :  $z_1 = -\sqrt{3} + i$  و  $z_2 = 1 - i$

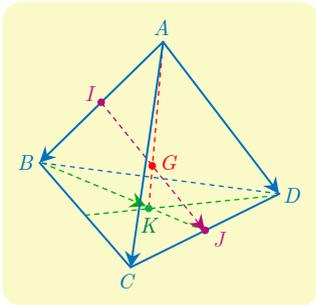
① اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد  $z_1$  و  $z_2$  و  $z_1 \cdot z_2$ .

② اكتب بالشكل الجبري العدد  $z_1 \cdot z_2$ .

③ استنتج  $\sin \frac{7\pi}{12}$ .

**ثالثاً: حلّ المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)**

### المسألة الأولى :



ليكن  $ABCD$  رباعي وجوه ما. ولتكن  $G$  مركز الأبعاد المتناسبة لرؤوسه مزودة جميعها بالأمثال 1 ذاتها. وليكن  $K$  مركز ثقل المثلث  $BCD$ . وكذلك ليكن  $I$  و  $J$  منتصفي  $[AB]$  و  $[CD]$  بالترتيب.

① استعملي الخاصة التجميعية لتثبتي أنّ  $G$  تقع على  $[AK]$  وأنّ

$$\vec{AG} = \frac{3}{4} \vec{AK}$$

② أثبتي أنّ  $G$  هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين  $(I, 2)$  و  $(J, 2)$ . واستنتجي أنّ  $G$  تقع في منتصف  $[IJ]$ .

③ لنختر معلماً كفيماً  $(A; \vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD})$  عندئذ تكون  $A(0,0,0)$  و  $B(1,0,0)$  و  $C(0,1,0)$  و  $D(0,0,1)$

$a$ . أوجد إحداثيات النقاط  $I$  و  $J$  و  $K$  و مركبات كلٍّ من الأشعة  $\vec{IJ}$  و  $\vec{BK}$  و  $\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD}$ .

$b$ . أتكون الأشعة  $\vec{IJ}$  و  $\vec{BK}$  و  $\vec{u}$  مرتبطة خطياً.

**المسألة الثانية :** ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  للمعرف على  $]0, +\infty[$  وفق  $f(x) = x - \ln\left(\frac{2x+1}{x}\right)$

① ادرسي تغيرات  $f$  و نظمي جدولاً بها .

② أثبتي أنّ المستقيم  $d$  الذي معادلته  $y = x - \ln 2$  مقارب للخط  $C$  ، وادرسي وضع  $C$  بالنسبة إلى  $d$  .

③ أثبتي أنّ للمعادلة  $f(x) = 0$  حل وحيد  $\alpha$  ينتمي إلى المجال  $]1, 2[$  .

④ ارسمي في معلم واحد المستقيم  $d$  ثمّ الخط البياني  $C$  .

.....انتهت الأسئلة.....