

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول :

ليكن C الخط البياني لتابع f المعرف على $]-\infty, -3[\cup]-3, -1[$ جدول تغيراته الآتي :

x	$-\infty$	-3	-1
$f(x)$	1	\searrow	$-\infty \parallel +\infty$

- 1 ادرسي نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه ثم أوجد معادلات المستقيمات المقاربة لخطه البياني .
- 2 هل يوجد مستقيمات مقاربة مائلة لخطه البياني ؟ عللي إجابتك .
- 3 هل يوجد حلول للمعادلة $f(x) = 0$ ؟ عللي إجابتك .

السؤال الثاني : ليكن f التابع المعرف على \mathbb{R} وفق:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos x - 1}{x^2} & , x \neq 0 \\ m & , x = 0 \end{cases}$$

والمطلوب إيجاد قيمة m التي تجعل التابع f مستمراً على \mathbb{R} .

السؤال الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ وفق العلاقة $f(x) = \frac{-2x^2 - x + 2}{x - 1}$

أثبتي أن $f(x)$ يكتب على الشكل $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ ثم استنتجي وجود مستقيم Δ مقارب لخطه البياني C .
وادرسي وضع C بالنسبة إلى Δ .

السؤال الرابع : حلّي المعادلة الآتية : $\frac{1}{2} \ln 2x = \ln(3-x) - \ln(\sqrt{x+1})$.

ثانياً : حلّي التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول : $ABCD$ رباعي وجوه ، I و J هما ، بالترتيب ، منتصفا $[AB]$ و $[CD]$

فيه E و F نقطتان تحققان ، العلاقتين : $\overline{AE} = \frac{1}{3} \overline{AD}$ و $\overline{CF} = \frac{2}{3} \overline{CB}$.

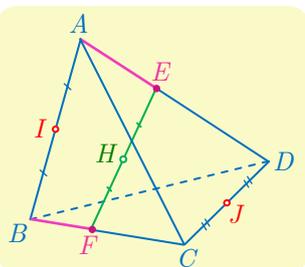
وأخيراً H هي منتصف $[EF]$. أثبتي أن النقاط I و J و H تقع على استقامة واحدة .

التمرين الثاني :

ليكن العدد العقدي $z = (-3 + i\sqrt{3})^4$

1 اكتب العدد العقدي z بالشكل المثلثي ثم بالشكل الجبري .

2 استنتجي قيمة المجموع $(-3 + i\sqrt{3})^4 + (-3 - i\sqrt{3})^4$.



التمرين الثالث :

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، لدينا النقطتان $A(2, -1, 3)$ و $B(-4, 3, 1)$

① اكتب معادلة الكرة التي قطرها $[AB]$.

② أوجد العدد الحقيقي λ الذي يجعل النقطة $C(1, 2, \lambda)$ تنتمي إلى المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

التمرين الرابع : يرمز $E(x)$ إلى الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x .

① ليكن g التابع المعرف على $]1, +\infty[$ وفق : $g(x) = \frac{x}{E(x)}$. ما نهاية g عند $+\infty$ ؟

② ليكن f التابع المعرف على المجال $[0, 2]$ وفق $f(x) = \sqrt{x} - E(x)$

اكتب $f(x)$ بعبارة مستقلة عن $E(x)$ (لا تحوي $E(x)$) . هل f مستمر على المجال $[0, 2]$ ؟

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : لتكن المعادلة $(E) \quad z^3 + 8iz^2 - 24z - 32i = 0$

① احسب جداء الضرب $(z + 4i)(z^2 + 4iz - 8)$ ثم حل المعادلة (E) .

② لتكن A و B و C نقاط المستوي الممثلة للأعداد العقدية $a = 2 - 2i$ و $b = -2 - 2i$ و $c = -4i$

احسب العدد العقدي $\frac{b-c}{a-c}$ ثم استنتج نوع المثلث ABC .

③ وضح النقاط في مستوٍ ثم عيّن النقطة C' الممثلة للعدد العقدي c' ليكون الرباعي $AC'BC$ مربعاً . واحسب مساحته.

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $D_f =]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$

وفق العلاقة $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

① أثبت أن f تابع فردي واستنتج الصفة التناظرية لخطه البياني C .

② ادرسي نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه ثم استنتج معادلة كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي للخط C .

③ أثبت أن f متزايداً تماماً على كلٍ من مجالي D_f .

④ ارسمي كل مقارب وجدتيه ثم ارسمي C .

.....انتهت الأسئلة.....