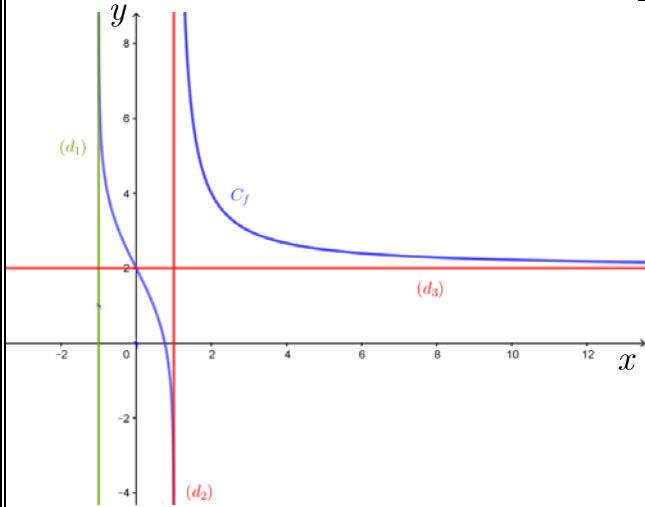


**أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)**

**السؤال الأول :**



ليكن  $f$  التابع المعرف على  $]-1,1[ \cup ]1,+\infty[$

خطه البياني  $C_f$  المرسوم في الشكل المجاور:

$(d_1)$  و  $(d_2)$  و  $(d_3)$  مستقيماته المقاربة .

1 استنتج من الشكل نهاية التابع  $f$  عند أطراف مجموعة

تعريفه ثم اكتب معادلات المستقيمات المقاربة لخطه البياني .

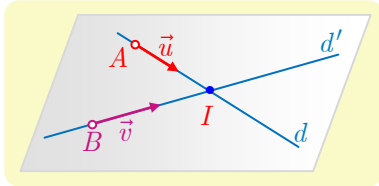
2 ما عدد حلول المعادلة  $f(x) = 0$  ؟

3 عيني مجموعة حلول المتراجحة  $f(x) \geq 2$  .

**السؤال الثاني :** ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}^*$  وفق  $f(x) = \frac{x^3 + \cos x - 1}{x^2}$

1 احسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  2 أثبت أن المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = x$  مقارب للخط  $C$  في جوار  $-\infty$  .

**السؤال الثالث :** ليكن العدد العقدي  $z = \left( \frac{-2 + 2i\sqrt{3}}{-\sqrt{2} - i\sqrt{2}} \right)^8$  اكتب العدد العقدي  $z$  بالشكل الأسّي ثم بالشكل الجبري .



**السؤال الرابع :** في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ،

لدينا النقطتان  $A(2, -3, 3)$  و  $B(7, 2, 4)$  ، والشعاان  $\vec{u}(1, 2, 1)$

و  $\vec{v}(3, 1, -1)$  .  $d$  هو المستقيم المار بالنقطة  $A$  والموجه بالشعاع  $\vec{u}$  ،

و  $d'$  هو المستقيم المار بالنقطة  $B$  والموجه بالشعاع  $\vec{v}$  . أثبت أن المستقيمين  $d$  و  $d'$  متقاطعان .

**ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل سؤال)**

**التمرين الأول :** ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$

1 احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2  $a$  اكتب ثلاثي الحدود  $x^2 - 2x + 5$  بالصيغة القانونية ، (متمة إلى مربع كامل) .

$b$  استنتج وجود مقارب مائل  $\Delta$  للخط  $C$  للتابع  $f$  في جوار  $-\infty$  . اكتب معادلته .

وادرسي الوضع النسبي للمقارب  $\Delta$  والخط  $C$  .

**التمرين الثاني :** أولاً : ليكن  $f$  التابع المعرف على  $]0, +\infty[$  وفق العلاقة  $f(x) = 1 + \frac{1}{x^3}$

1 احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم أعط عدداً حقيقياً  $A$  يحقق الشرط : إذا كان  $x > A$  كان  $f(x) \in ]0.99, 1.01[$

2 احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$

ثانياً : حل المتراجحة الآتية :  $\ln(x^2) - \ln\left(\frac{1}{x}\right) - 2 \leq 0$

**التمرين الثالث :** لتكن المعادلة  $(E) \quad z^3 - 13z^2 + 59z - 87 = 0$

① تحققي أن  $z = 3$  جذر للمعادلة  $(E)$  ثم حلّي المعادلة  $(E)$ .

② لتكن  $A$  و  $B$  و  $C$  نقاط المستوي الممثلة للأعداد العقدية:  $a = 3$  و  $b = 5 - 2i$  و  $c = 5 + 2i$ .

احسبي العدد  $\frac{b-a}{c-a}$  واستنتجي أن المثلث  $ABC$  قائم ومتساوي الساقين .

**التمرين الرابع :** لتكن  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  نقاط المستوي الممثلة للأعداد العقدية:  $a = 8$  و  $b = 8i$  و

$$d = be^{\frac{2\pi}{3}} \text{ و } c = ae^{-\frac{\pi}{3}}$$

① اكتبي بالشكل الجبري العددين  $c$  و  $d$  .

② أثبتني أن النقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  تقع على دائرة واحدة عيني مركزها واحسبي نصف قطرها .

③ ليكن  $z_1$  العدد العقدي الممثل للشعاع  $\overrightarrow{AC}$  و  $z_2$  العدد العقدي الممثل للشعاع  $\overrightarrow{BD}$

و  $z_3$  العدد العقدي الممثل للشعاع  $\overrightarrow{AB}$  و  $z_4$  العدد العقدي الممثل للشعاع  $\overrightarrow{DC}$  .

(a) تحققي أن  $z_2 = \sqrt{3}z_1$  . احسبي  $|z_3|$  و  $|z_4|$  (b) استنتجي أن الرباعي  $ABDC$  شبه منحرف متساوي الساقين .

**ثالثاً: حلّي المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة )**

**المسألة الأولى :** ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرّف على  $D_f = ]0, 1[ \cup ]1, +\infty[$  وفق العلاقة  $f(x) = \frac{x}{2} - \frac{2}{\ln x}$

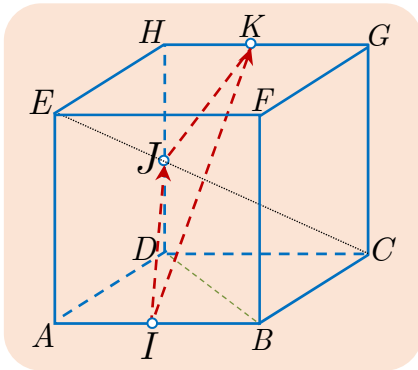
① ادرسي نهاية التابع  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفه ثم استنتجي معادلة كل مستقيم مقارب شاقولي للخط  $C$  .

② استنتجي وجود مقارب مائل  $\Delta$  للخط  $C$  ، ثم ادرسي وضع  $C$  بالنسبة إلى  $\Delta$  .

③ أثبتني أن  $f$  متزايداً تماماً على كل من مجالي  $D_f$  .

④ أثبتني أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حل وحيد  $\alpha$  يحقق  $3 < \alpha < 4$  .

⑤ ارسمي كل مقارب وجدتيه ثم ارسمي  $C$  .



**المسألة الثانية :** مكعب  $ABCDEFGH$  ، فيه النقاط  $I$  و  $J$  و  $K$

منتصفات القطع المستقيمة  $[AB]$  و  $[HD]$  و  $[HG]$  .

ولنختار المعلم المتجانس  $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$  . والمطلوب:

① عيني إحداثيات النقاط التي تمثل رؤوس المكعب

وإحداثيات النقاط  $I$  و  $J$  و  $K$  .

② أثبتني أن الأشعة  $\overrightarrow{BD}$  و  $\overrightarrow{IJ}$  و  $\overrightarrow{IK}$  مرتبطة خطياً .

و استنتجي أن المستقيم  $(DB)$  يوازي المستوي  $(IJK)$  .

③ بيّني أن المستوي  $(IJK)$  يمثل المستوي المحوري للقطعة المستقيمة  $[EC]$  . ثم أثبتني أن المثلث  $IJK$  قائم .

.....انتهت الأسئلة.....