

أولاً: أجبني عن السؤال الآتي: (٥٠ درجة)

لتكن الدالة f المعرفة على $], \omega, +\infty[$ وفق $f(x) = x \cdot \ln(x)$ اعتماداً على دستور التكامل بالتجزئة احسبي $I = \int_1^e f(x) dx$

ثانياً: حلّ التمارين الثلاث الآتية: (٦٠ + ٥٠ + ٤٠)

① لدينا النقاط $A(1, 0, -1)$, $B(2, 1, -1)$, $C(0, 2, -2)$

أثبتني أن هذه النقاط تشكل رؤوس مثلث احسبي مساحته واكتبي معادلة المستوي ABC

② احسبي العدد المركب $Z = (-\sqrt{3} + i)^9$

③ أوجدني المصفوفة المدرجة المكافئة للمصفوفة:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & -10 & -6 \\ 3 & 0 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

ثالثاً: أجبني عن الأسئلة الآتية: (٦٠ + ٦٠ + ٩٠ + ٦٠)

① ليكن (C) الخط البياني للدالة f المعرفة على $]-\omega, 3[$ وفق $f(x) = x\sqrt{3-x}$

احسبي حجم الجسم المتولد عن دوران السطح المحدد بين (C) والمحور xx' والمستقيمين $x=0$, $x=2$ حول xx' دورة كاملة.

② ليكن القطع الزائد $H: 4x^2 - y^2 = 9$ عيني مركزه ومحرقيه وكل ذروة له واكتبي معادلتني مقاربيه وارسمي القطع ثم اكتبي

معادلة مماس القطع d في نقطة منه فاصلتها $x=3$ وتقع في الربع الأول

③ احسبي $\ominus \cos^4 \ominus$ بدلالة النسب المثلثية لمضاعفات \ominus باستخدام دستور أولر واستنتجي $\int \cos^4 x dx$

④ لتكن الدالة f المعرفة على $R/\{1\}$ وفق $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x-1}$ أثبتني أن المستقيم $\Delta: y = x + 3$ مقارب مائل للخط (C)

وعيني وضع C بالنسبة لـ Δ

رابعاً: حلّ المسألة الآتية: (١٣٠ درجة)

ليكن (C) الخط البياني للدالة f المعرفة على R وفق $f(x) = \frac{2e^x}{e^x + 1}$

① ادرسي تغيرات f ونظمي جدولاً بها وعيني كل مقارب للخط (C)

② ارسمي كل مقارب للخط (C) ثم ارسمي الخط (C) واحسبي مساحة السطح المحصور بين (C) والمحور xx'

والمستقيمين $x=0$, $x = \ln(3)$

③ استنتجي من (C) رسم الخط البياني (C₁) للدالة $f_1(x) = \frac{2}{1+e^x}$