

أولاً: أجبني عن السؤال الآتي: (٥٠ درجة)

لتكن النقاط A, B, C صور الأعداد المركبة:

$$Z_1 = -e^{i\theta} + i \quad Z_2 = 1 + i \quad Z_3 = e^{i\theta} + i$$

على الترتيب، أثبتني أن المثلث ABC قائم في B

ثانياً: حلّ التمارين الثلاث الآتية: (٦٠ + ٤٠ + ٦٠)

① ليكن d_1, d_2 مستقيمين في مستوي معادلة d_1 هي $y = 2x$ ومعادلة d_2 هي: $y = -2x$ برهنني أن مجموعة النقاط M من المستوي التي جءاء ضرب بعدها عن d_1 يساوي d_2 (٤) هي اجتماع قطعين زائدين يطلب تعيينهما.

② أوجدني المصفوفة المدرجة المكافئة للمصفوفة:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

③ لتكن الدالة f المعرفة على R وفق $f(x) = e^x - x - 1$

ادرسني إطاراد الدالة f وأثبتني أنه أياً كانت $x \in R$ فإن $e^x \geq x + 1$ واستنتجني أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$

ثالثاً: أجبني عن الأسئلة الآتية: (٩٠ + ٦٠ + ٦٠ + ٦٠)

① ليكن C_1 الخط البياني للدالة f_1 المعرفة على $[0, +\infty[$ وفق $f_1(x) = \sqrt{8x}$

وليكن C_2 الخط البياني للدالة f_2 المعرفة على R وفق $f_2(x) = x^2$

احسبي مساحة السطح المحصور بين C_1, C_2

② ليكن العدان المركبان $Z_1 = -2 + 2\sqrt{3}i$ و $Z_2 = \sqrt{3} + i$

اكتبني Z_1, Z_2 بالصيغة الأسية ثم احسبي العدد $(\frac{Z_1}{Z_2})^9$ واكتبني الناتج بالشكل الجبري.

③ ليكن (C) الخط البياني للدالة f المعرفة على $[0, +\infty[$ وفق $f(x) = \frac{1}{2}(\frac{1}{x} + \frac{x^3}{3})$ احسبي طول قوس المنحني من C

في المجال $[1, 4]$

④ قطع زائد معادلته $16x^2 - 9y^2 + 18y - 103 = 0$

(A) عيني مركز القطع ومحرقيه وكل ذروة له واكتبني معادلتني مقاربيه وارسمي القطع.

(B) تحققي أن النقطة $M(0, \frac{19}{3})$ تقع على القطع واكتبني معادلة المماس للقطع في M

رابعاً: حلّ المسألة الآتية: (١٢٠ درجة)

لتكن (C) الخط البياني للدالة f المعرفة على R^* وفق $f(x) = ax + \frac{b}{x^3}$

أولاً: أوجدني قيمة كل من a, b إذا علمت أن للدالة f قيمة صغرى محلياً هي $f(1) = 4$

ثانياً: من أجل $a = 3, b = 1$

① برهنني أن المستقيم $\Delta: y = 3x$ مقارب مائل للخط (C) وعيني وضع (C) بالنسبة لـ Δ

② ادرسني تغيرات f ونظمي جدولاً بها، واستنتجني كل مقارب للخط (C) يوازي xx' أو يوازي yy'

③ ارسمي كل مقارب للخط C ثم ارسمي الخط C

④ احسبي حجم الجسم المتولد عن دوران السطح المحدد بالخط (C) والمحور xx' والمستقيمين $x = 1, x = 2$ حول xx'

دورة كاملة

انتهت الأسئلة